MÉTODOS NUMÉRICOS

TRABAJO nº 6

COLECCIÓN DE PROBLEMAS

Ángel Mª Cerrato Rodríguez
Mercedes Gómez Ríos
Gonzalo Rodríguez Bote

UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA

4º Ingeniería Industrial

Índice

Enunciado del Trabajo

Plantear y resolver con MATLAB una colección de problemas de aplicación en Ciencia o Ingeniería relativos a la materia de la asignatura de Métodos Numéricos. El trabajo debe considerar los siguientes aspectos y requisitos:

a. La temática ingenieril o científica de los problemas no pueden ser similares a la de los problemas resueltos en las prácticas de clase.

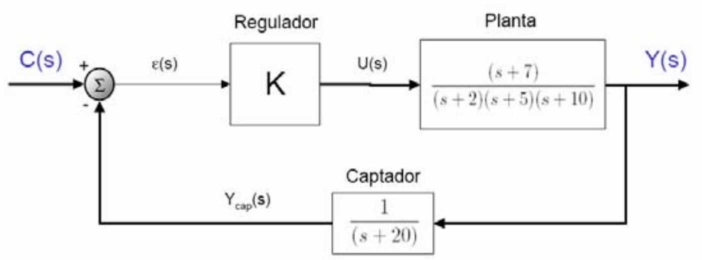
b. Debe incluirse al menos un problema por cada hoja de prácticas de la asignatura.

c. Cada problema debe poder ser resuelto mediante el uso exclusivo de las subrutinas desarrolladas para las prácticas de clase.

Ejercicio de la Parte 1

ENUNCIADO

Dado el siguiente sistema realimentado:



Función de transferencia en bucle abierto:

$$G(s)H(s) = \frac{(s+7)}{(s+2)(s+5)(s+10)(s+20)}$$

Obtener los puntos de dispersión y confluencia.
Para ello aplicar la Regla número 8 (método alternativo) correspondiente a las Reglas de Trazado del Lugar de las Raíces.

SOLUCIÓN

El lugar de las raíces se define como es el lugar geométrico en el plano complejo que ocupan las raíces de la ecuación característica cuando varía el parámetro K.

Regla número 8:

Reglas de Trazado del Lugar de las Raíces

Regla 8: Puntos de dispersión y confluencia

Corresponden a los máximos y mínimos de la ganancia K. Para ello hay que resolver la ecuación:

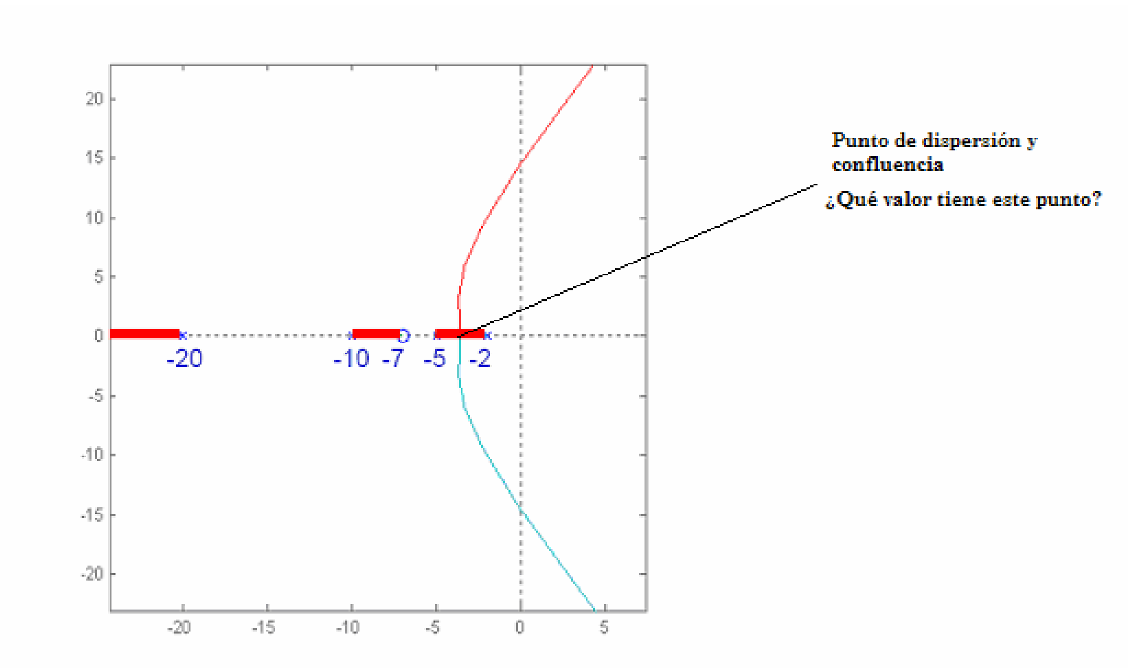
$$\frac{dK}{ds} = 0$$

La condición es necesaria pero no suficiente. Las soluciones deben además satisfacer el principio del módulo y del argumento.

Un método alternativo (cfr. [Puente91]) para resolver la ecuación es resolver iterativamente

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sigma + p_i} = \sum_{j=1}^{m} \frac{1}{\sigma + z_j}$$

Resolución gráfica del problema aplicando las Reglas de Trazado del Lugar de las Raíces:



Resolución:

Puntos de dispersión:

Puede hacerse haciendo $dK/ds = 0$ ó alternativamente resolviendo por iteración la siguiente expresión:

$$\frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+5} + \frac{1}{s+10} + \frac{1}{s+20} = \frac{1}{s+7}$$

Tanteando para valores reales de s da lugar a dos soluciones (reales) $s_1 = -3.585$ y $s_2 = -15.634$. Obviamente sólo la primera pertenece al lugar de las raíces y constituye, por tanto el punto de dispersión:

$$\sigma_d = -3.585$$

Utilizando MATLAB y aplicando el Método de Bipartición:

```
Este es el método de Bipartición.
Introduzca la función F(x) en términos de x
Por ejemplo: cos(x)
    1/(x+2)+(1/(x+5))+(1/(x+10))+(1/(x+20))-(1/(x+7))
```

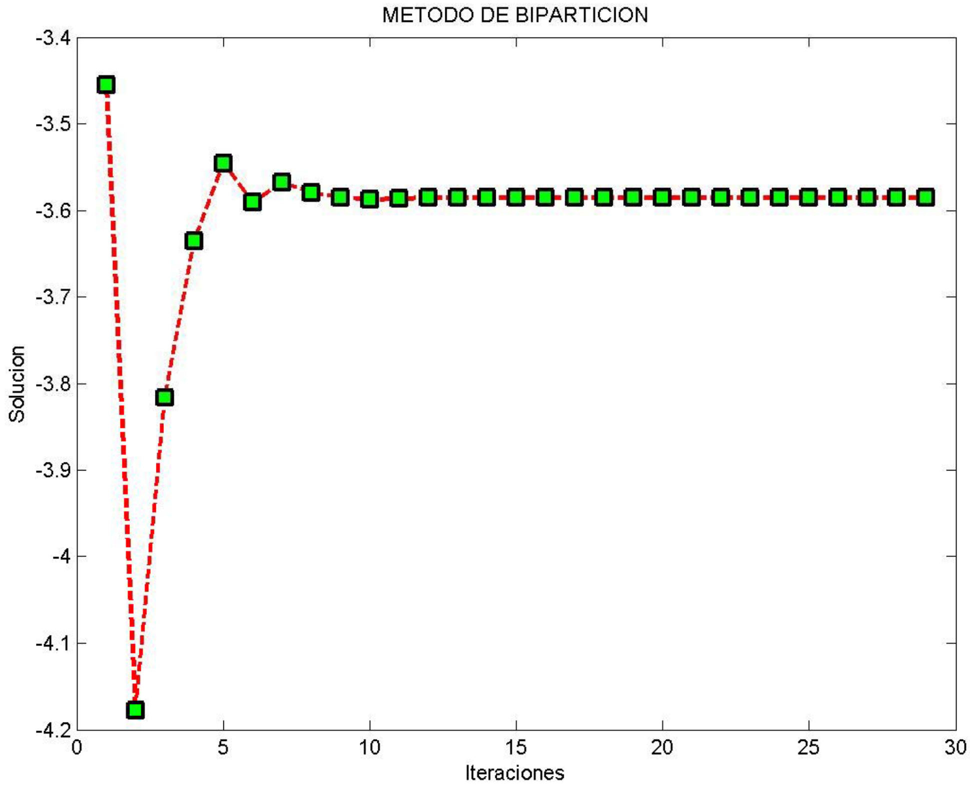
```
Introduzca los puntos extremos A < B en líneas separadas
 -4.9
 -2.01
Introduzca la tolerancia
 10^-8
Introduzca el número máximo de iteraciones - sin decimales
 1000
Seleccione el destino de la salida de datos
1. Pantalla
2. Fichero de texto
Escriba 1 o 2
 1
Seleccione la cantidad de datos de salida
1. Solo la respuesta
2. Todas las aproximaciones intermedias
Escriba 1 o 2
 2
```

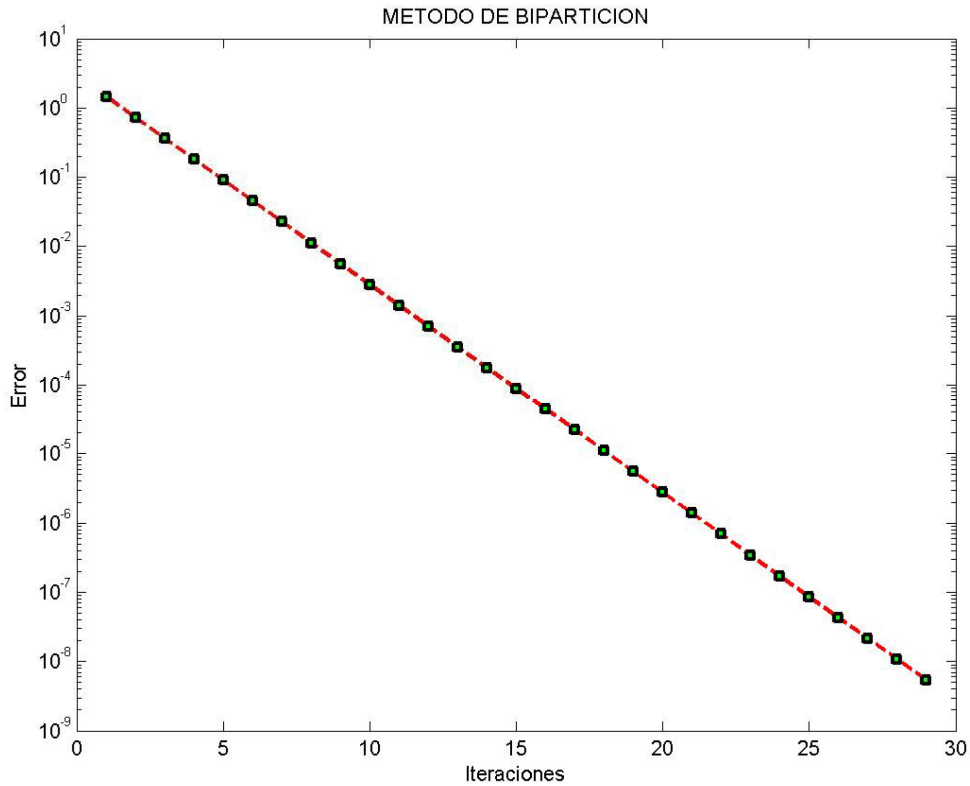
METODO DE BIPARTICION

I	P	F(P)	C
1	-3.455000000000000e+000	-1.088938705426217e-001	1.445000000000000e+000
2	-4.177500000000000e+000	6.372160525633963e-001	7.225000000000001e-001
3	-3.816250000000000e+000	2.035975033176259e-001	3.612500000000001e-001
4	-3.635625000000000e+000	4.255018716972026e-002	1.806250000000000e-001
5	-3.545312500000000e+000	-3.344809139693072e-002	9.031250000000002e-002
6	-3.590468750000000e+000	4.372651185015564e-003	4.515625000000001e-002
7	-3.567890625000000e+000	-1.456845553754665e-002	2.257812500000012e-002
8	-3.579179687500000e+000	-5.107301181136503e-003	1.128906249999995e-002
9	-3.584824218750001e+000	-3.698904995713126e-004	5.644531249999973e-003
10	-3.587646484375000e+000	2.000711903336894e-003	2.822265624999876e-003
11	-3.586235351562500e+000	8.152469794915906e-004	1.411132812499938e-003
12	-3.585529785156250e+000	2.226377323983897e-004	7.055664062498579e-004
13	-3.585177001953126e+000	-7.363645762181736e-005	3.527832031249290e-004
14	-3.585353393554688e+000	7.449811227366876e-005	1.763916015624645e-004
15	-3.585265197753907e+000	4.301968729580885e-007	8.819580078123224e-005
16	-3.585221099853516e+000	-3.660328788424039e-005	4.409790039061612e-005
17	-3.585243148803712e+000	-1.808658489577120e-005	2.204895019519704e-005
18	-3.585254173278809e+000	-8.828203860888895e-006	1.102447509748750e-005
19	-3.585259685516358e+000	-4.199005956162516e-006	5.512237548854770e-006
20	-3.585262441635132e+000	-1.884405157415170e-006	2.756118774316363e-006
21	-3.585263819694520e+000	-7.271042959389185e-007	1.378059387269204e-006
22	-3.585264508724213e+000	-1.484537497375982e-007	6.890296935235796e-007
23	-3.585264853239060e+000	1.408715522011050e-007	3.445148466507675e-007
24	-3.585264680981637e+000	-3.791101210737224e-009	1.722574234364060e-007
25	-3.585264767110349e+000	6.854022494007239e-008	8.612871171820302e-008
26	-3.585264724045993e+000	3.237456153160068e-008	4.306435585910151e-008
27	-3.585264702513815e+000	1.429173013267615e-008	2.153217781852845e-008
28	-3.585264691747726e+000	5.250314405458312e-009	1.076608890926423e-008
29	-3.585264686364681e+000	7.296063753159388e-010	5.383044454632113e-009

Solución aproximada **P = -3.585264686364681**
con F(P) = 0.000000000729606
Numero de iteraciones = 29 Tolerancia = 1.000000000000000e-008
>>

GRÁFICAS:


METODO DE BIPARTICION
Solucion
Iteraciones
-3.4
-3.5
-3.6
-3.7
-3.8
-3.9
-4
-4.1
-4.2
0
5
10
15
20
25
30


METODO DE BIPARTICION
Error
Iteraciones
10^{1}
10^{0}
10^{-1}
10^{-2}
10^{-3}
10^{-4}
10^{-5}
10^{-6}
10^{-7}
10^{-8}
10^{-9}
0
5
10
15
20
25
30

Ejercicio de la Parte 2

ENUNCIADO

Consideramos un sistema de tres masas apoyadas en un plano inclinado y unidas entre sí por unas cuerdas de masa despreciable tal y como muestra la siguiente figura:

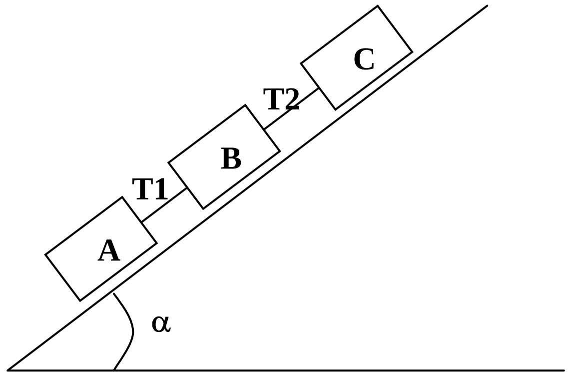


Figura 1

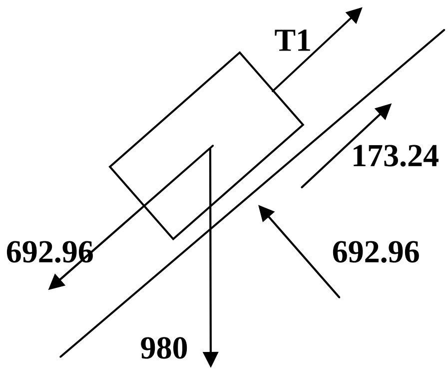
El valor de las masas es Masa A = 100 kg, Masa B = 50 kg, Masa C = 20 kg; los coeficientes de los bloques y la superficie inclinada son: μA= 0.25, $\mu B = \mu C$ = 0.375; y el ángulo de inclinación del plano es α = 45º

Calcular los valores de las tensiones T1 y T2 de las cuerdas.

SOLUCIÓN

Primero vamos a resolver el equilibrio de cada masa por separado para así sacar el sistema de ecuaciones lineales que posteriormente calcularemos:

Masa A



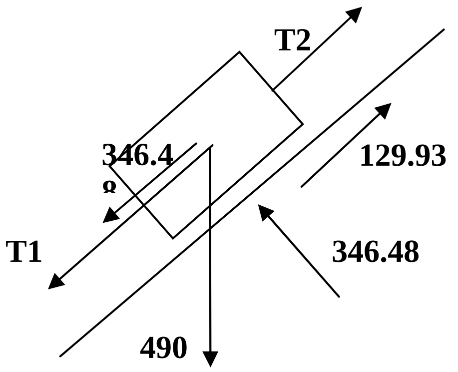
P = 100 x 9.8 = 980 N

Px = 980 x cos 45º = 692.96 N

N = 980 x sin 45º = 692.96 N

Fr = μA x N = 173.24 N

Masa B



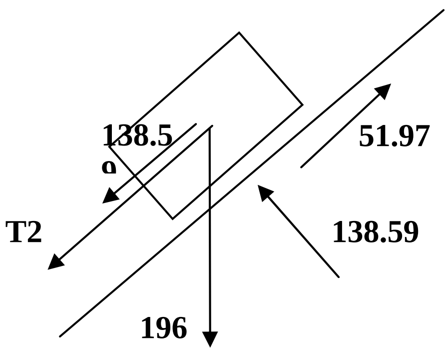
$P = 50 \times 9.8 = 490\ N$

$Px = 490 \times \cos 45º = 346.48\ N$

$N = 490 \times \sin 45º = 346.48\ N$

$Fr = \mu A \times N = 129.93\ N$

Masa C



$P = 20 \times 9.8 = 196\ N$

$Px = 196 \times \cos 45º = 138.59\ N$

$N = 196 \times \sin 45º = 138.59\ N$

$Fr = \mu A \times N = 51.97\ N$

Ahora ya podemos construir el sistema de tres ecuaciones con los que podremos resolver las tres incógnitas del problema (**T1, T2** y la aceleración del sistema **“a”**):

692.96 – 173.24 – T1 = 100·a
346.48 – 129.93 + T1 – T2 = 50·a
138.59 – 51.97 + T2 = 20·a

El fichero de entrada que crearemos será el siguiente:

```
100  1  0  519.72
 50 -1  1  216.55
 20  0 -1   86.62_
```

Resolveremos el sistema mediante varios métodos.

Método de Gauss Pivote Parcial

```
   Esta es la eliminación de Gauss con pivote parcial para
resolver un sistema lineal.
   La matriz aumentada se lee de un fichero de la forma:
   A(1,1), A(1,2), ..., A(1,n+1),
   A(2,1), A(2,2), ..., A(2,n+1),
   ..., A(n,1), A(n,2), ..., A(n,n+1)

   Coloque tantas entradas en cada línea como desee, pero
separe las entradas con,
   al menos, un espacio en blanco.


   Se ha creado ya el fichero de entrada? - escriba Y o N.
    y
   Escriba el nombre del fichero de la forma -
disco:\nombre.ext
   for example:   A:\DATA.DTA
    3masas.dta
   Escriba el número de ecuaciones - un entero.
    3
   Elija el método de salida
   1. Pantalla
   2. Fichero de texto
   Escriba 1 o 2.
    1
```

ELIMINACION DE GAUSS

Sistema reducido - salida por filas

100.00000000	1.00000000	0.00000000	519.72000000
0.00000000	-1.50000000	1.00000000	-43.31000000
0.00000000	0.00000000	-1.13333333	-11.54933333

Vector solución:
4.84052941   35.66705882   10.19058824

con intercambio de 0 fila(s)

Las filas han sido reordenadas lógicamente a:
1 2 3

Solución:

T1 = 35.66705882 N; **T2** = 10.19058824 N; **a** = 4.84052941 m/s2

Método de factorización LU

```
   Este es el método general de factorización LU.
   La matriz se lee de un fichero de texto de la forma:
   A(1,1), A(1,2), ..., A(1,n),
   A(2,1), A(2,2), ..., A(2,n),
   ..., A(n,1), A(n,2), ..., A(n,n)

   Coloque tantas entradas en cada línea como desee, pero
separe las entradas con,
   al menos, un espacio en blanco.


   Se ha creado ya el fichero de entrada? - escriba Y o N.
    y
   Escriba el nombre del fichero de la forma -
disco:\nombre.ext
   for example:   A:\DATA.DTA
    3masas.dta
   Escriba el número de ecuaciones - un entero.
    3
   Elección de diagonales:
   1. La diagonal de L esta constituida por unos
   2. La diagonal de U esta constituida por unos
   Escriba 1 o 2.
    1
   Elija el método de salida
   1. Pantalla
   2. Fichero de texto
   Escriba 1 o 2.
    1
```

FACTORIZACION LU GENERAL

La diagonal de L tiene todas las entradas = 1.0

Entradas de L debajo/en la diagonal y entradas de U encima/en la diagonal
- salida por filas en formato superpuesto:

```
100.00000000    1.00000000    0.00000000
   0.50000000   -1.50000000    1.00000000
   0.20000000    0.13333333   -1.13333333
```

Vector solución:

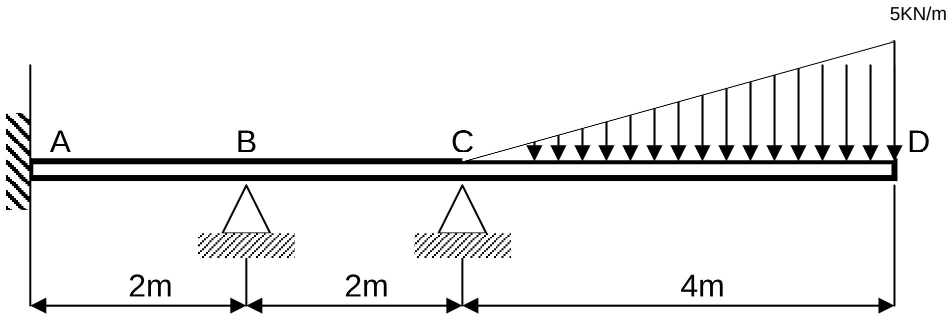
```
4.84052941  35.66705882  10.19058824
```

Solución:

T1 = 35.66705882 N; **T2** = 10.19058824 N; **a** = 4.84052941 m/s2

ENUNCIADO

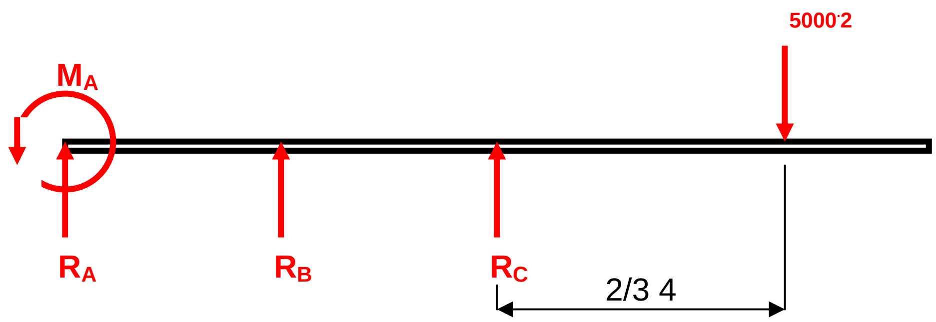
Dada la viga formada por tres tramos y sometida a una carga triangular distribuida en uno de los tramos cuyo valor máximo por unidad de longitud es "Q", como se observa en la figura adjunta:



Se pide:
Reacciones en los apoyos A, B y C en función de la carga (Q) y la longitud del tramo (L). (Utilizar la ecuación Universal de la Elástica).

SOLUCIÓN

En primer lugar, para resolver el problema, planteamos las ecuaciones de equilibrio estático así como la ecuación Universal de la Elástica.



ECUACIONES DE EQUILIBRIO ESTÁTICO

$$\sum F_y = 0 \qquad R_A + R_B + R_C = 5000 \cdot 2 \qquad \text{(I)}$$

$$\sum M_A = 0 \qquad M_A + R_B \cdot 2 + R_C \cdot 4 = 5000 \cdot 2\left(4 + \frac{2}{3}4\right) \qquad \text{(II)}$$

ECUACIONES DE COMPATIBILIDAD EN DEFORMACIONES

Ecuación Universal de la Elástica:

$$EI_Z y(x) = EI_Z y_O + EI_Z \theta_O x + R_A \frac{x^3}{6} - M_A \frac{x^2}{2} + R_B \frac{<x-L>^3}{6} + R_C \frac{<x-2L>^3}{6} - Q\left(\frac{<x-2L>^5}{120 \cdot 2L}\right)$$

En el empotramiento $y_O = \theta_O = 0$

$$EI_Z y(L) = R_A \frac{L^3}{6} - M_A \frac{L^2}{2} = 0 \qquad \text{(III)}$$

$$EI_Z y(2L) = R_A \frac{8L^3}{6} - M_A \frac{4L^2}{2} + R_B \frac{L^3}{6} = 0 \qquad \text{(IV)}$$

Con estas cuatro ecuaciones construimos el siguiente fichero de datos:

-0.6667	0	0	1	0	(III)
1	1	1	0	10000	(I)
0	2	4	1	66666.6667	(II)
10.6667	1.3333	0	-8	0	(IV)

Resolvemos el problema utilizando el método de Gauss

```
>> Esta es la eliminación de Gauss para resolver un sistema
lineal.
La matriz aumentada se lee de un fichero de la forma:
A(1,1), A(1,2), ..., A(1,n+1),
A(2,1), A(2,2), ..., A(2,n+1),
..., A(n,1), A(n,2), ..., A(n,n+1)

Coloque  tantas  entradas  en  cada  línea  como  desee,  pero
separe las entradas con,
al menos, un espacio en blanco.



Se ha creado ya el fichero de entrada? - escriba Y o N.
 y
Escriba   el   nombre   del   fichero   de   la   forma   -
disco:\nombre.ext
Por ejemplo:   A:\DATA.DTA
 C:\Documents                                             and
Settings\Ángel\Escritorio\Examen\Subrutinas\subparte2\Probl
ema.dta
Escriba el número de ecuaciones - un entero.
 4
Elija el método de salida
1. Pantalla
2. Fichero de texto
Escriba 1 o 2.
 1
ELIMINACION DE GAUSS

Sistema reducido - salida por filas
```

```
-0.66670000  0.00000000  0.00000000  1.00000000  0.00000000
 0.00000000  1.00000000  1.00000000  1.49992500 10000.00000000
 0.00000000  0.00000000  2.00000000 -1.99985001 46666.66670000
 0.00000000  0.00000000  0.00000000  4.66620002 17777.33335555
```

Vector solución:

R_A=5714.42858674 N R_B=-22857.28575408 N

R_C=27142.85716735 N M_A=3809.80953878 N·m

con intercambio de 0 fila(s)

Ejercicio de la Parte 3

ENUNCIADO

En un artículo de Dorn y Burdick, se informa que la longitud media de las alas de la mosca de la fruta (Drosophila melanogaster) que resulta cuando se cruzan tres variedades mutantes de dicha especie puede expresarse mediante la matriz simétrica:

$$A=\begin{bmatrix} 1'59 & 1'69 & 2'13 \\ 1'69 & 1'31 & 1'72 \\ 2'13 & 1'72 & 1'85 \end{bmatrix}$$

Donde aij denota la longitud media de las alas de una cría nacida del cruce de un macho tipo i con una hembra tipo j.

Determinar los autovalores y autovectores de la matriz A.

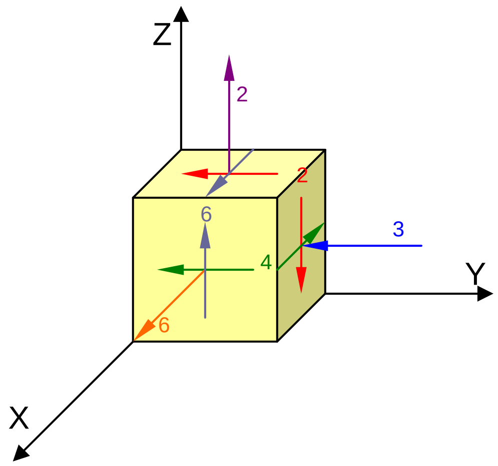
SOLUCIÓN

Para resolver este problema no empleamos ninguna subrutina, planteamos el problema directamente en la línea de comandos de Matlab.

```
A=[1.59 1.69 2.13;1.69 1.31 1.72;2.13 1.72 1.85]

A =

    1.5900    1.6900    2.1300
    1.6900    1.3100    1.7200
    2.1300    1.7200    1.8500

>> [C,D]=eig(A)

C =

    0.7726    0.2338    0.5902
   -0.1388   -0.8450    0.5164
   -0.6195    0.4809    0.6204


D =

   -0.4213         0         0
         0   -0.1365         0
         0         0    5.3079
```

ENUNCIADO

En el entorno de un punto P de un sólido elástico existe el estado tensional indicado en la figura (tensiones en MPa). Obtener las tensiones y direcciones principales correspondientes.



SOLUCIÓN

Para calcular las tensiones y direcciones principales del sólido elástico, en primer lugar planteamos la matriz de tensiones. La matriz es de la forma siguiente:

$$[T]=\begin{bmatrix} \sigma_{nx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{ny} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{nz} \end{bmatrix}$$

Teniendo en cuenta las cargas que aparecen en la figura, la matriz de tensiones queda de la siguiente manera:

$$[T]=\begin{bmatrix} 1 & -4 & 6 \\ -4 & -3 & -2 \\ 6 & -2 & 2 \end{bmatrix} \qquad |T-\lambda I|=0$$

Las tensiones principales son los autovalores λ de la matriz y las direcciones principales, los autovectores asociados a dichos autovalores.

Para resolver este problema no empleamos ninguna subrutina, planteamos el problema directamente en la línea de comandos de Matlab.

```
>> T=[1 -4 6; -4 -3 -2; 6 -2 2]

T =

     1    -4     6
    -4    -3    -2
     6    -2     2

>> [Direcciones_principales, Tensiones_principales]=eig(T)

Direcciones_principales =

   -0.6667   -0.3333    0.6667
   -0.6667    0.6667   -0.3333
    0.3333    0.6667    0.6667


Tensiones_principales =

   -6.0000         0         0
         0   -3.0000         0
         0         0    9.0000
```

El resultado es el siguiente:

$\sigma_1 = 9\ Mpa$ $\quad\quad \vec{u}_1 = (0'6667, -0'3333, 0'6667)$

$\sigma_2 = -3\ Mpa$ $\quad\quad \vec{u}_2 = (-0'3333, 0'6667, 0'6667)$

$\sigma_2 = -6\ Mpa$ $\quad\quad \vec{u}_3 = (-0'6667, -0'6667, 0'3333)$

Ejercicio de la Parte 4

ENUNCIADO

Un ingeniero supervisa la producción de 3 tipos de automóviles. Se requieren tres clases de materiales (metal, plástico y caucho) para la producción. La cantidad necesaria para producir cada automóvil es de:

Automóvil	***Metal (kg/auto)***	***Plástico (kg/auto)***	***Caucho (kg/auto)***
1	***1500***	***25***	***100***
2	***1700***	***33***	***120***
3	***1900***	***42***	***160***

Si se dispone de un total de 106 ton de metal, 2.17 ton de plástico y 8.2 ton de caucho al día, ¿cuántos coches se pueden fabricar al día?

SOLUCIÓN

Sistema de ecuaciones que obtenemos a partir de los datos del problema:

$$1500A + 1700B + 1900C = 106000$$
$$25A + 33B + 42C = 2170$$
$$100A + 120B + 160C = 8200$$

Creamos un fichero de datos con el sistema de ecuaciones y las aproximaciones iniciales:

```
1500   1700   1900   106000
  25     33     42     2170
 100    120    160     8200
   0      0      0 _
```

```
Este es el método de Gauss-Seidel para sistemas lineales.
Los datos se leen de un fichero de la forma
A(1,1), A(1,2), ..., A(1,n+1),
A(2,1), A(2,2), ..., A(2,n+1),
..., A(n,1), A(n,2), ..., A(n,n+1)
Coloque tantas entradas como desee en cada línea, pero separadas
con un espacio en blanco como mínimo.


La aproximación inicial de seguir en el mismo formato.
¿Ha sido creado el fichero de entrada  de datos? - Escriba Y or N.
 y
```

```
Escriba el nombre del fichero en la forma -
disco:\nombre.ext
Por ejemplo:   A:\DATA.DTA
 C:\Problema4.dta
Escriba el número de ecuaciones - un entero.
 3
Escriba la tolerancia.
 1e-12
Escriba el número máximo de iteraciones.
 1000
```

METODO DE GAUSS-SEIDEL PARA SISTEMAS LINEALES

El vector solución es:
10.00000000 20.00000000 30.00000000

realizando 581 iteraciones
con una tolerancia de 1.0000000000e-012 en la norma infinito

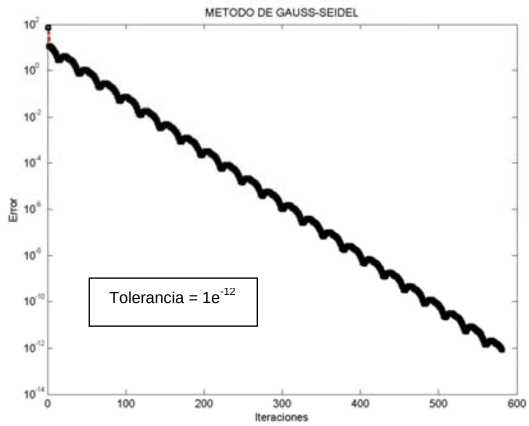
Repetimos el problema con tolerancia igual a $1e^{-10}$ y $1e^{-8}$.

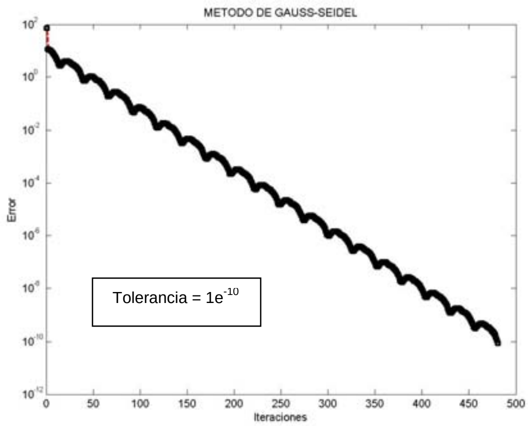
El vector solución es:
10.00000000 20.00000000 30.00000000

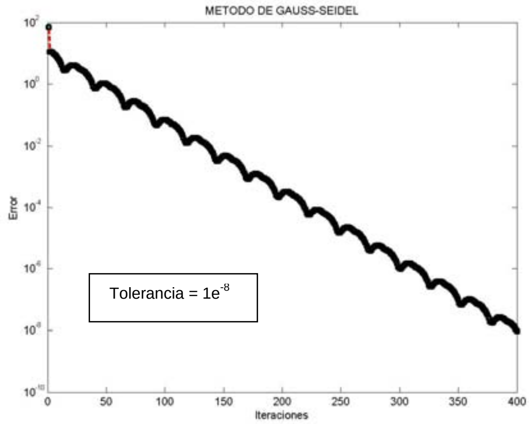
realizando 481 iteraciones
con una tolerancia de 1.0000000000e-010 en la norma infinito

El vector solución es:
10.00000004 19.99999992 30.00000004

realizando 400 iteraciones
con una tolerancia de 1.0000000000e-008 en la norma infinito






METODO DE GAUSS-SEIDEL
Error
Iteraciones
Tolerancia = 1e-8

Ejercicio de la Parte 5

ENUNCIADO

A alta temperatura y baja presión el H_2S y SO_2 experimentan las siguientes reacciones en fase gas:

$$
\begin{aligned}
H_2S \to H_2 + \frac{1}{2}S_2 \quad K_{p1} &= 0.45\mathrm{atm}^{1/2} \\
2H_2S + SO_2 \to 2H_2O + \frac{3}{2}S_2 \quad K_{p2} &= 28.5\mathrm{atm}^{1/2}
\end{aligned}
$$

La mezcla gaseosa inicial contiene 45% H_2S, 25% SO_2 y el gas inerte N_2 con una presión total de 1.2 atm. Calcular las fracciones molares de equilibrio de todos los componentes a una presión constante de 1.2 atm.

Las constantes de equilibrio tienen la forma:

$$
\begin{aligned}
K_{p1} &= \frac{P_{H_2}P_{S_2}^{1/2}}{P_{S_2H}} &= \frac{n_{H_2}n_{S_2}^{1/2}}{n_{S_2H}}n^{-1/2}P^{1/2} \\
K_{p2} &= \frac{P_{H_2O}^2 P_{S_2}^{3/2}}{P_{S_2H}^2 P_{SO_2}} &= \frac{n_{H_2O}^2 n_{S_2}^{3/2}}{n_{S_2H}^2 n_{SO_2}}n^{-1/2}P^{1/2}
\end{aligned}
$$

siendo el número de moles de cada componente, n el número total de moles y P la presión total.

SOLUCIÓN

Vamos a escribir el número de moles de cada componente y el número total de moles en términos de los avances x_1, x_2 de las reacciones:

$$
\begin{aligned}
n_{H_2S} &= n_{H_2S}^0 - n_{H_2S}^0 x_1 - 2n_{SO_2}^0 x_2 \\
n_{SO_2} &= n_{SO_2}^0(1 - x_2) \\
n_{H_2} &= n_{H_2S}^0 x_1 \\
n_{S_2} &= \frac{1}{2}n_{H_2S}^0 x_1 + \frac{3}{2}n_{SO_2}^0 x_2 \\
n_{H_2O} &= 2n_{SO_2}^0 x_2 \\
n_{N_2} &= n_{N_2}^0
\end{aligned}
$$

Ahora podremos representar las constantes de equilibrio en función de los avances de las reacciones que son las incógnitas de nuestro problema.

$$K_{p1} = 0.45 = \frac{45 \cdot x_1 \cdot (22.5 \cdot x_1 + 37.5 \cdot x_2)^{\frac{1}{2}}}{(45 - 45 \cdot x_1 - 50 \cdot x_2)} \cdot \left(\frac{1.2}{100}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$K_{p2} = 28.5 = \frac{2500 \cdot x_2{}^2 \cdot (22.5 \cdot x_1 + 37.5 \cdot x_2)^{\frac{3}{2}}}{(45 - 45 \cdot x_1 - 50 \cdot x_2)^2 \cdot 25 \cdot (1 - x_2)} \cdot \left(\frac{1.2}{100}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Para asegurarnos que el sistema converge y no tener raíces en el denominador que nos molesten reestructuraremos estas ecuaciones, también quitaremos las raíces para evitar estos problemas.

Vamos a usar el método de Newton Rapson así que también sacaremos las derivadas parciales correspondientes de las dos ecuaciones:

I $\quad 8.33 \cdot 10^{-3} \cdot (45 - 45 \cdot x_1 - 50 \cdot x_2)^2 - x_1{}^2 \cdot (22.5 \cdot x_1 + 37.5 \cdot x_2) = 0$

II $\quad 6.769 \cdot (1 - x_2)^2 \cdot (45 - 45 \cdot x_1 - 50 \cdot x_2)^4 - x_2{}^4 \cdot (22.5 \cdot x_1 + 37.5 \cdot x_2)^3 = 0$

$$\frac{\partial I}{\partial x_1} \quad -0.7497 \cdot (45 - 45 \cdot x_1 - 50 \cdot x_2) - 2 \cdot x_1 \cdot (22.5 \cdot x_1 + 37.5 \cdot x_2) - x_1{}^2 \cdot 22.5 = 0$$

$$\frac{\partial I}{\partial x_2} \quad -0.833 \cdot (45 - 45 \cdot x_1 - 50 \cdot x_2) - x_1{}^2 \cdot 37.5 = 0$$

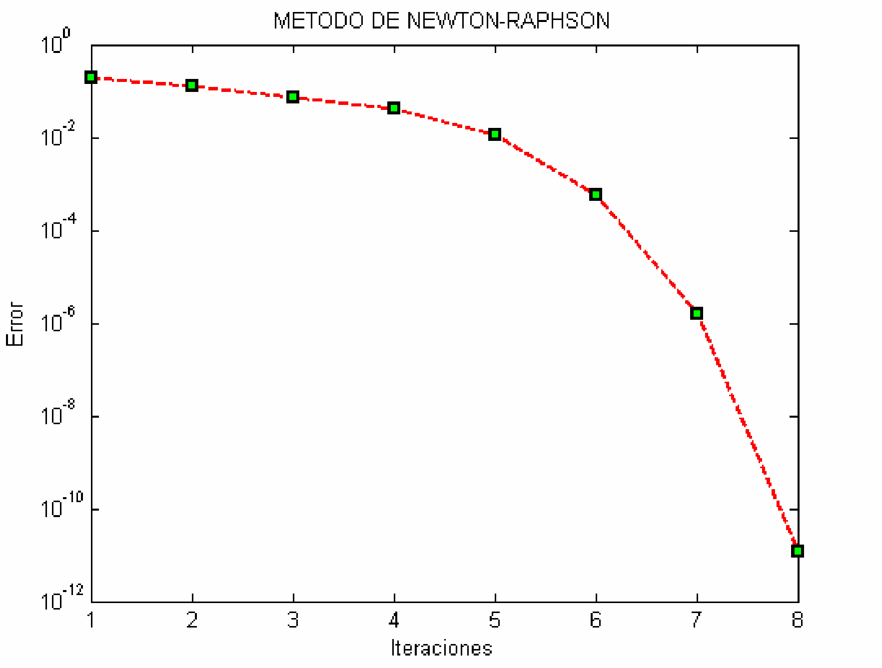
$$\frac{\partial II}{\partial x_1} \quad -1218.42 \cdot (1 - x_2)^2 \cdot (45 - 45 \cdot x_1 - 50 \cdot x_2)^3 - 67.5 \cdot x_2{}^4 \cdot (22.5 \cdot x_1 + 37.5 \cdot x_2)^2 = 0$$

$$\frac{\partial II}{\partial x_2} \quad \begin{array}{l} -13.538 \cdot (1 - x_2) \cdot (45 - 45 \cdot x_1 - 50 \cdot x_2)^4 - 1353.8 \cdot (1 - x_2)^2 \cdot (45 - 45 \cdot x_1 - 50 \cdot x_2)^3 - \\ -4 \cdot x_2{}^3 \cdot (22.5 \cdot x_1 + 37.5 \cdot x_2)^3 - 112.5 \cdot x_2{}^4 \cdot (22.5 \cdot x_1 + 37.5 \cdot x_2)^2 \end{array}$$

Una vez ya tenemos las ecuaciones ejecutamos la subrutina del método de Newton Raphson:

```
   Este es el metodo de Newton-Raphson para sistemas no
lineales.
   Las funciones pueden ser escritas ahora o leídas de un
fichero.
   El número de funciones no puede exceder de 10.
   En otro caso habría que modificar el programa
   Escriba el número de ecuaciones.
    2
   Entrada de las funciones
```

```
   1. Pantalla
   2. Fichero de texto
   Escriba 1 o 2
    1
   Escriba la función F_(1) en términos de y1 ... y2
    8.33e-3*(45-45*y1-50*y2)^2-(y1)^2*(22.5*y1+37.5*y2)
   Escriba la función F_(2) en términos de y1 ... y2
    6.769*(1-y2)^2*(45-45*y1-50*y2)^4-
(y2)^4*(22.5*y1+37.5*y2)^3
   Escriba la derivada parcial de F_(1) respecto a x_1
   en términos de y1, ..., y2
    -0.7497*(45-45*y1-50*y2)-2*y1*(22.5*y1+37.5*y2)-
(y1)^2*22.5
   Escriba la derivada parcial de F_(1) respecto a x_2
   en términos de y1, ..., y2
    -0.833*(45-45*y1-50*y2)-(y1)^2*37.5
   Escriba la derivada parcial de F_(2) respecto a x_1
   en términos de y1, ..., y2
    -1218.42*(1-y2)^2*(45-45*y1-50*y2)^3-
67.5*(y2)^4*(22.5*y1+37.5*y2)^2
   Escriba la derivada parcial de F_(2) respecto a x_2
   en términos de y1, ..., y2
    -13.538*(1-y2)*(45-45*y1-50*y2)^4-1353.8*(1-y2)^2*(45-
45*y1-50*y2)^3-4*(y2)^3*(22.5*y1+37.5*y2)^3-
112.5*(y2)^4*(22.5*y1+37.5*y2)^2
   Escriba la aproximación inicial X(1).
    0.5
   Escriba la aproximación inicial X(2).
    0.5
   Escriba la tolerancia.
    1e-8
   Escriba el numero máximo de iteraciones.
    100

   METODO DE NEWTON-RAPHSON PARA SISTEMAS NO LINEALES

   La solución en la iteración 8 es:

     0.13304916  0.62984939

    con una tolerancia 1.0000000000e-008
   >>
```


METODO DE NEWTON-RAPHSON
Error
Iteraciones
10^0
10^-2
10^-4
10^-6
10^-8
10^-10
10^-12
1
2
3
4
5
6
7
8

Ejercicio de la Parte 6

ENUNCIADO

Sometemos a una probeta de acero a un ensayo a tracción aplicando una fuerza variable a los extremos de la misma. Suponemos que dentro de la zona elástica ($\sigma_{adm} = 2600 Kg/cm^2$), la sección de la probeta no experimenta variación alguna. Se presentan en la siguiente tabla los valores de tensión σ obtenidos para distintos valores de la carga de ensayo.

F(kg)	200	400	600	800	1000	1200
σ (kg/cm^2)	63.662	127.324	190.990	254.648	318.310	381.972

1400	1600	1800	2000	2200	2400	2600
445.634	509.296	572.958	636.620	700.282	763.944	827.606

Construir el polinomio de interpolación de Newton y una spline cúbica natural para los datos de la tabla.

SOLUCIÓN

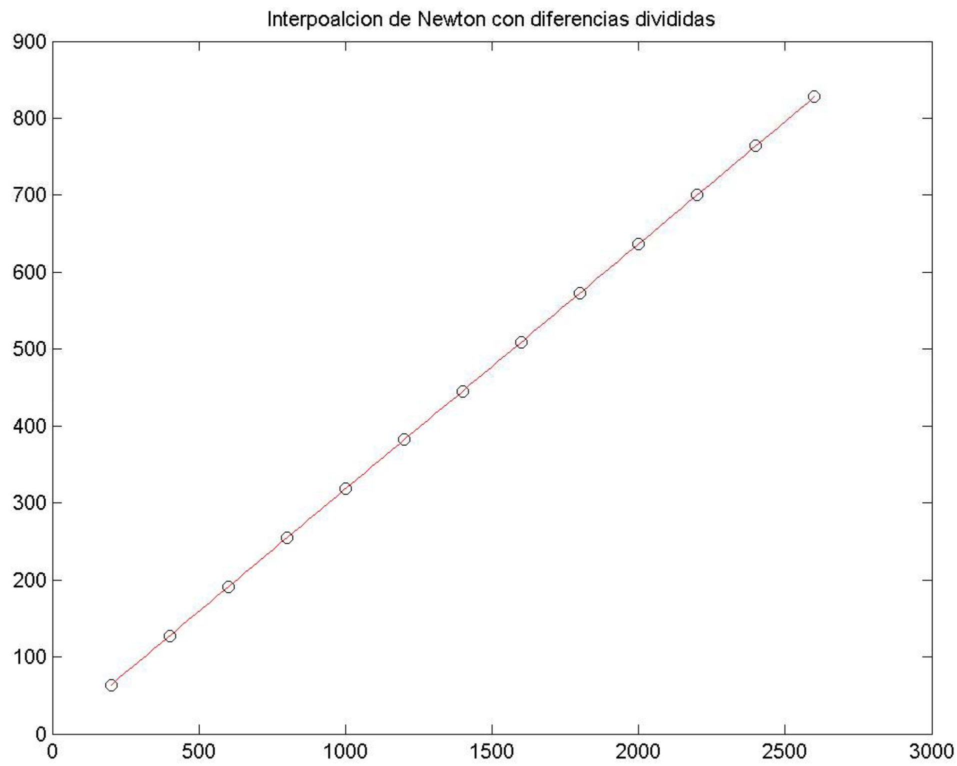
```
Formula de Newton de interpolación polinomial
Elija la forma de entrada de datos:
1. Entrada termino a término desde el teclado
2. Entrada desde un fichero de texto
3. Generar datos usando una función F
Escriba 1, 2, o 3
 2
Esta creado un fichero de texto con los datos en dos
columnas?
Escriba Y o N
 y
Escriba el nombre del fichero de la forma -
disco:\nombre.ext
Por ejemplo:   A:\DATA.DTA
 C:\Problema6.dta
Escriba n
 12
```

POLINOMIO DE INTERPOLACION DE NEWTON

Datos de entrada:
X(0) = 200.00000000 F(X(0)) = 63.66200000
X(1) = 400.00000000 F(X(1)) = 127.32400000
X(2) = 600.00000000 F(X(2)) = 190.99000000
X(3) = 800.00000000 F(X(3)) = 254.64800000
X(4) = 1000.00000000 F(X(4)) = 318.31000000

X(5) = 1200.00000000 F(X(5)) = 381.97200000
X(6) = 1400.00000000 F(X(6)) = 445.63400000
X(7) = 1600.00000000 F(X(7)) = 509.29600000
X(8) = 1800.00000000 F(X(8)) = 572.95800000
X(9) = 2000.00000000 F(X(9)) = 636.62000000
X(10) = 2200.00000000 F(X(10)) = 700.28200000
X(11) = 2400.00000000 F(X(11)) = 763.94400000
X(12) = 2600.00000000 F(X(12)) = 827.60600000

Los coeficientes Q(0,0), ..., Q(N,N) son:
63.66200000
0.31831000
0.00000005
-0.00000000
0.00000000
-0.00000000
0.00000000
-0.00000000
0.00000000
-0.00000000
0.00000000
-0.00000000
0.00000000



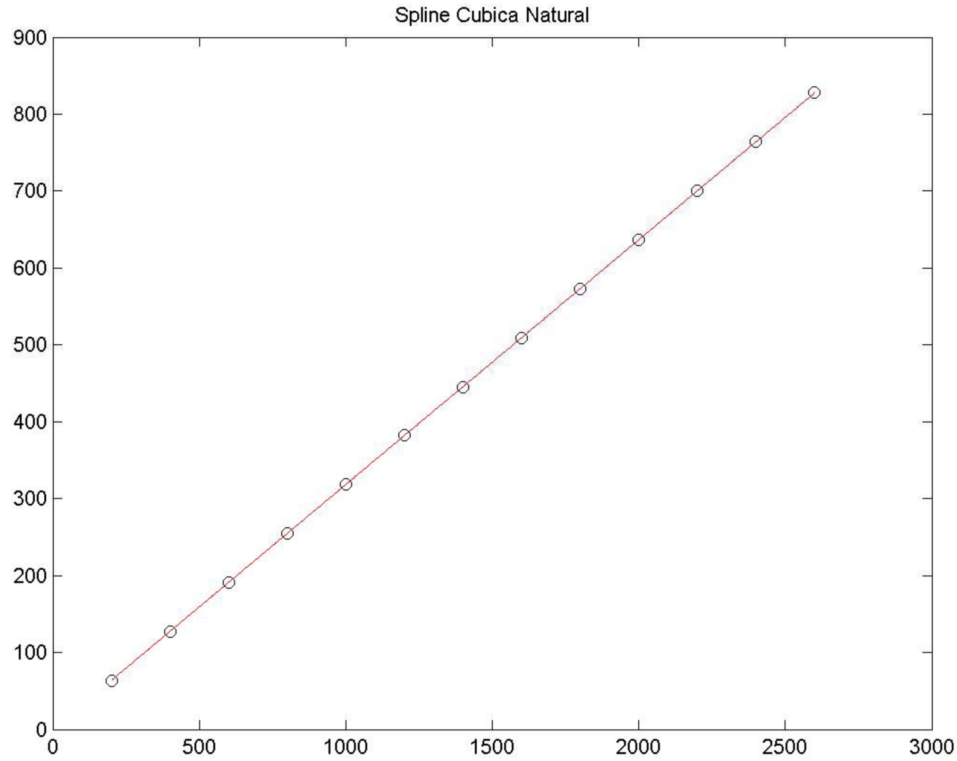
```
Esta es la interpolación spline cúbica natural.
Elija la forma de entrada de datos:
1. Entrada termino a término desde el teclado
2. Entrada de datos desde un fichero de texto
3. Generar datos usando una función F con los nodos
introducidos desde el teclado
4. Generar datos usando una función F con los nodos de un
fichero de texto
Elija 1, 2, 3, o 4
 2
Ha sido creado un fichero con los datos en dos columnas ?
Escriba Y o N
 y
Escriba el nombre del fichero de la forma -
disco:\nombre.ext
Por ejemplo: A:\DATA.DTA
 C:\Documents and Settings\Ángel\Escritorio\Trabajo
Métodos\Problema6.dta
Escriba n
 12
```

INTERPOLACION SPLINE CUBICA NATURAL n
Los puntos X(0), ..., X(N) son:

200.00000000	400.00000000	600.00000000	800.00000000
1000.00000000	1200.00000000	1400.00000000	1600.00000000
1800.00000000	2000.00000000	2200.00000000	2400.00000000
2600.00000000			

Los coeficientes de la spline en los subintervalos son:
Para I = 0, ..., N-1

A(I)	B(I)	C(I)	D(I)
63.66200000	0.31830138	0.00000000	0.00000000
127.32400000	0.31832723	0.00000013	-0.00000000
190.99000000	0.31830969	-0.00000022	0.00000000
254.64800000	0.31829401	0.00000014	-0.00000000
318.31000000	0.31831429	-0.00000004	0.00000000
381.97200000	0.31830885	0.00000001	-0.00000000
445.63400000	0.31831031	-0.00000000	0.00000000
509.29600000	0.31830992	0.00000000	-0.00000000
572.95800000	0.31831002	-0.00000000	0.00000000
636.62000000	0.31830999	0.00000000	-0.00000000
700.28200000	0.31831000	-0.00000000	0.00000000
763.94400000	0.31831000	0.00000000	-0.00000000


Spline Cubica Natural
900
800
700
600
500
400
300
200
100
0
0
500
1000
1500
2000
2500
3000

Ejercicio de la Parte 7a

ENUNCIADO

Los siguientes datos se obtuvieron al cargar un gran buque petrolero:

.t(min)	*0*	*15*	*30*	*45*	*60*	*90*	*120*
.v,10^6barriles	*0.5*	*0.65*	*0.73*	*0.88*	*1.03*	*1.14*	*1.30*

Calcular la rapidez de flujo Q (es decir, dV/dt) para t igual a 120 min.

SOLUCIÓN

```
Formulas de derivación numérica
Elija la forma de entrada de datos:
1. Entrada termino a término desde el teclado
2. Entrada desde un fichero de texto
3. Generar datos usando una función F
Escriba 1, 2, o 3
 2
Esta creado un fichero de texto con los datos en dos
columnas?
Escriba Y o N
 y
Escriba el nombre del fichero de la forma -
disco:\nombre.ext
Por ejemplo:   A:\DATA.DTA
 siete.dta
Escriba n
 6
Elija la forma de salida de resultados
1. Pantalla
2. Fichero de texto
Escriba 1 o 2
 1
ESQUEMAS DE DERIVACION NUMERICA

Elija alguna de las siguientes opciones
1. Esquema de dos puntos hacia atrás para derivada primera
2. Esquema de dos puntos hacia delante para derivada
primera
3. Esquema de dos puntos centrado para derivada primera
4. Esquema de tres puntos hacia atrás para derivada primera
5. Esquema de tres puntos hacia delante para derivada
primera
6. Esquema de tres puntos centrado para derivada segunda
7. Esquema de tres puntos hacia atrás para derivada segunda
```

```
8. Esquema de tres puntos hacia delante para derivada
segunda
Escriba 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 o 8
 1
Escriba el índice del punto donde se quiere obtener la
derivada
 6
```

Datos de entrada:
X(0) =   0.00000000 F(X(0)) =   0.50000000
X(1) = 15.00000000 F(X(1)) =   0.65000000
X(2) = 30.00000000 F(X(2)) =   0.73000000
X(3) = 45.00000000 F(X(3)) =   0.88000000
X(4) = 60.00000000 F(X(4)) =   1.03000000
X(5) = 90.00000000 F(X(5)) =   1.14000000
X(6) = 120.00000000 F(X(6)) =   1.30000000

La derivada primera en X(6) es:
0.00533333

Solución: Flujo Q igual a 0.005533

Ejercicio de la Parte 7b

ENUNCIADO

Una recta toca la orilla de un río en los puntos A y B. Para determinar el área del terreno comprendido entre la recta y el río se trazan 11 segmentos perpendiculares desde el río hasta $\overline{AB}$ ***cada 5 metros (la longitud del segmento*** $\overline{AB}$ ***es de 60 m). Las longitudes perpendiculares resultan iguales a 3.28, 4.02, 4.64, 5.26, 4.98, 3.62, 3.82, 4.68, 5.826, 3.82, 3.24. Calcular el valor aproximado del área del terreno.***

SOLUCIÓN

Resolución mediante Simpson:

```
10/6*((0+0)+(4*(3.28+4.64+4.98+3.82+5.826+3.24))+(2*(4.02+5
.26+3.62+4.68+3.82)))

ans =

  243.2400
```

Solución : área del terreno igual a 243.24 m^2

Ejercicio de la Parte 8a

ENUNCIADO

Un proyectil de masa $m=0'11$ kg se lanza verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial $v(0)=8$ m/s y se va frenando debido a la fuerza de la gravedad $F_g=-mg$ y a la resistencia del aire $F_r=-kv^2$, donde $g=9'8$ m/s^2 y $k=0'002$ kg/m. La ecuación diferencial para la velocidad está dada por $mv'=-mg-kv^2$. Usar el método de Runge-Kutta de orden 4 para obtener la velocidad y determinar con un error menor que una centésima de segundo el instante en el que el proyectil alcanza su altura máxima y empieza a caer.

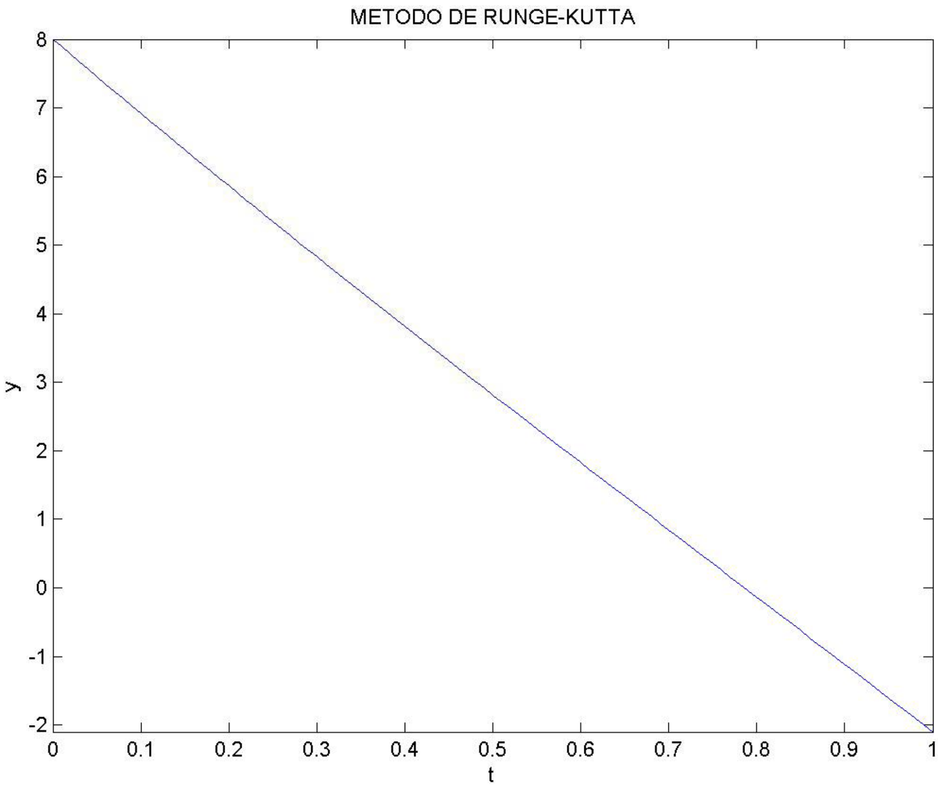
SOLUCIÓN

```
>> Este es el método de Runge-Kutta de orden 4.
Escriba la función F(t,y) en términos de t e y
Por ejemplo: y-t^2+1
 -9.8-(0.002/0.11)*y^2
Escriba los puntos extremos e líneas separadas.
 0
 1.0
Escriba la condición inicial
 8
Escriba un entero positivo para el número de subintervalos
 100
```

METODO DE RUNGE-KUTTA DE CUARTO ORDEN

t	y	t	y	t	y
0.000	8.0000000	0.160	6.2831625	0.320	4.6280522
0.010	7.8905222	0.170	6.1781040	0.330	4.5262430
0.020	7.7813581	0.180	6.0732813	0.340	4.4246011
0.030	7.6725025	0.190	5.9686899	0.350	4.3231227
0.040	7.5639501	0.200	5.8643252	0.360	4.2218036
0.050	7.4556959	0.210	5.7601828	0.370	4.1206400
0.060	7.3477348	0.220	5.6562584	0.380	4.0196279
0.070	7.2400618	0.230	5.5525475	0.390	3.9187633
0.080	7.1326719	0.240	5.4490457	0.400	3.8180423
0.090	7.0255602	0.250	5.3457489	0.410	3.7174611
0.100	6.9187218	0.260	5.2426527	0.420	3.6170158
0.110	6.8121518	0.270	5.1397528	0.430	3.5167025
0.120	6.7058455	0.280	5.0370451	0.440	3.4165173
0.130	6.5997981	0.290	4.9345253	0.450	3.3164566
0.140	6.4940049	0.300	4.8321893	0.460	3.2165165
0.150	6.3884612	0.310	4.7300330	0.470	3.1166932

0.480	3.0169830	0.660	1.2373398	0.840	-0.5279207
0.490	2.9173821	0.670	1.1390829	0.850	-0.6259814
0.500	2.8178868	0.680	1.0408668	0.860	-0.7240644
0.510	2.7184934	0.690	0.9426878	0.870	-0.8221732
0.520	2.6191982	0.700	0.8445424	0.880	-0.9203114
0.530	2.5199975	0.710	0.7464272	0.890	-1.0184824
0.540	2.4208877	0.720	0.6483387	0.900	-1.1166898
0.550	2.3218652	0.730	0.5502732	0.910	-1.2149370
0.560	2.2229261	0.740	0.4522274	0.920	-1.3132277
0.570	2.1240671	0.750	0.3541977	0.930	-1.4115653
0.580	2.0252843	0.760	0.2561806	0.940	-1.5099534
0.590	1.9265743	0.770	0.1581727	0.950	-1.6083956
0.600	1.8279334	0.780	0.0601703	0.960	-1.7068953
0.610	1.7293581	0.790	-0.0378298	0.970	-1.8054562
0.620	1.6308447	0.800	-0.1358313	0.980	-1.9040818
0.630	1.5323898	0.810	-0.2338377	0.990	-2.0027758
0.640	1.4339896	0.820	-0.3318524	1.000	-2.1015416
0.650	1.3356408	0.830	-0.4298789		



La velocidad comienza a ser negativa en el momento que alcanza la altura máxima y comienza a caer. Por tanto, la velocidad negativa se corresponde con la velocidad de caída del proyectil.

El instante en el que el proyectil alcanza la altura máxima, se corresponde aproximadamente con:

$$t \approx 0'780s$$

ENUNCIADO

Un circuito está compuesto por una autoinductancia de L = 50 H, una resistencia de R = 20Ω y una fuente de tensión de V = 10V. El circuito es controlado por un interruptor que nos permitirá conectar o desconectar el mismo a nuestra elección. Supongamos que inicialmente está abierto y en el instante t=0 lo cerramos:

Determinar el valor de la corriente para 0 < t < 10 mediante el método de Runge-Kutta de cuarto orden con h = 0.1

SOLUCIÓN

Nos dicen que tenemos un circuito RL por lo tanto la intensidad que recorre este circuito a lo largo del tiempo vendrá determinada por la siguiente ecuación diferencial:

$$L \cdot di(t)/dt + R \cdot i(t) = E;\ i(0) = 0$$

Ahora ya podemos ejecutar la subrutina del método de Runge-Kutta de cuarto orden:

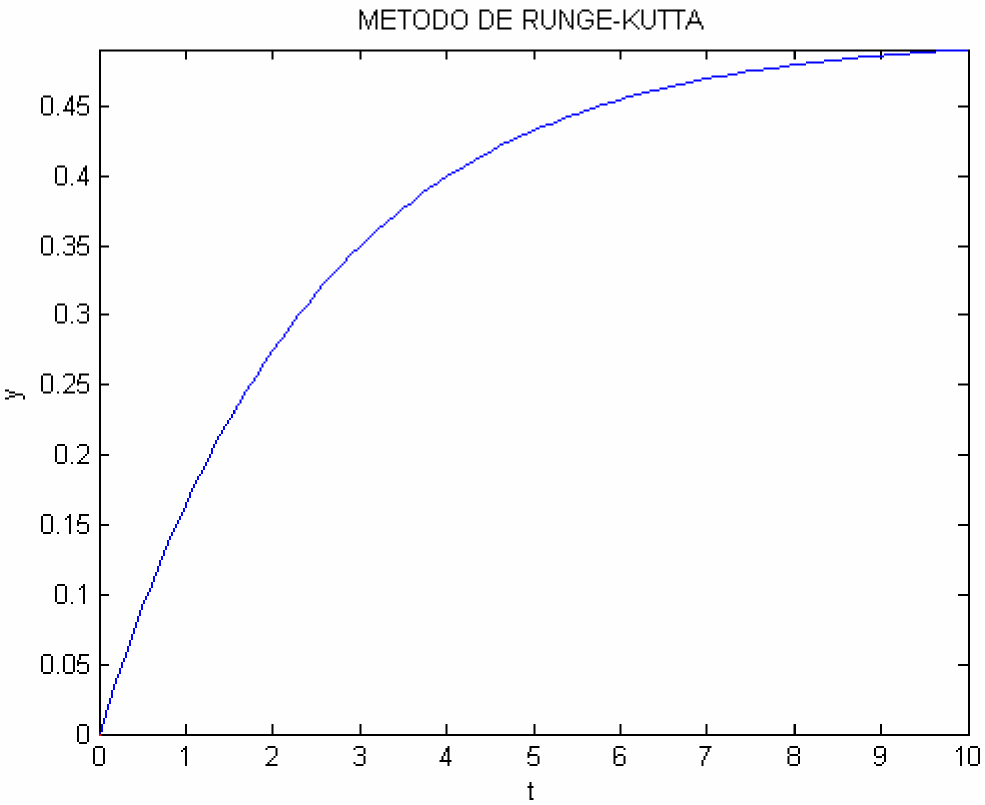
Método de Runge-Kutta de cuarto orden

```
   Este es el método de Runge-Kutta de orden 4.
   Escriba la función F(t,y) en términos de t e y
   Por ejemplo: y-t^2+1
     10/50-20/50*y
   Escriba los puntos extremos e líneas separadas.
    0
    10
   Escriba la condición inicial
    0
   Escriba un entero positivo para el número de
subintervalos
    100
   Elija la forma de salida de datos:
   1. Pantalla
   2. Fichero de texto
   Escriba 1 o 2
    1
```

METODO DE RUNGE-KUTTA DE CUARTO ORDEN

t	y	t	y	t	y
0.000	0.0000000	0.400	0.0739281	0.800	0.1369255
0.100	0.0196053	0.500	0.0906346	0.900	0.1511618
0.200	0.0384418	0.600	0.1066861	1.000	0.1648400
0.300	0.0565398	0.700	0.1221081	1.100	0.1779818

1.200	0.1906083	4.300	0.4104669	7.400	0.4740905
1.300	0.2027397	4.400	0.4139776	7.500	0.4751065
1.400	0.2143955	4.500	0.4173506	7.600	0.4760826
1.500	0.2255942	4.600	0.4205913	7.700	0.4770204
1.600	0.2363538	4.700	0.4237049	7.800	0.4779214
1.700	0.2466915	4.800	0.4266965	7.900	0.4787871
1.800	0.2566239	4.900	0.4295708	8.000	0.4796189
1.900	0.2661668	5.000	0.4323324	8.100	0.4804181
2.000	0.2753355	5.100	0.4349856	8.200	0.4811859
2.100	0.2841447	5.200	0.4375349	8.300	0.4819236
2.200	0.2926085	5.300	0.4399842	8.400	0.4826324
2.300	0.3007405	5.400	0.4423374	8.500	0.4833134
2.400	0.3085536	5.500	0.4445984	8.600	0.4839677
2.500	0.3160603	5.600	0.4467707	8.700	0.4845963
2.600	0.3232727	5.700	0.4488579	8.800	0.4852003
2.700	0.3302022	5.800	0.4508632	8.900	0.4857806
2.800	0.3368601	5.900	0.4527899	9.000	0.4863381
2.900	0.3432569	6.000	0.4546410	9.100	0.4868738
3.000	0.3494029	6.100	0.4564196	9.200	0.4873885
3.100	0.3553079	6.200	0.4581284	9.300	0.4878830
3.200	0.3609813	6.300	0.4597702	9.400	0.4883581
3.300	0.3664323	6.400	0.4613476	9.500	0.4888146
3.400	0.3716696	6.500	0.4628632	9.600	0.4892532
3.500	0.3767015	6.600	0.4643194	9.700	0.4896746
3.600	0.3815361	6.700	0.4657184	9.800	0.4900795
3.700	0.3861812	6.800	0.4670626	9.900	0.4904684
3.800	0.3906441	6.900	0.4683541	10.000	0.4908422
3.900	0.3949320	7.000	0.4695950		
4.000	0.3990517	7.100	0.4707872		
4.100	0.4030100	7.200	0.4719326		
4.200	0.4068130	7.300	0.4730332		

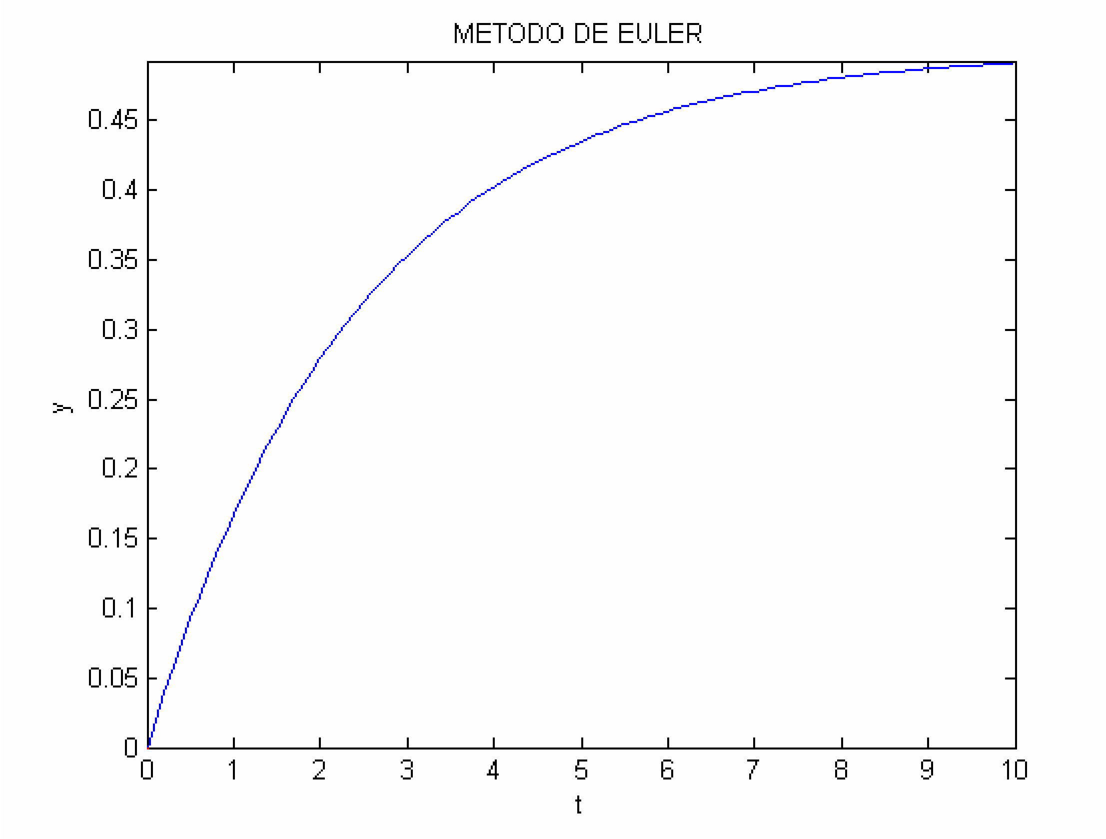


Método de Euler

```
   Este es el metodo de Euler.
   Escriba la función F(t,y) en términos de t e y
   Por ejemplo: y-t^2+1
    10/50-20/50*y
   Escriba los puntos extremos e líneas separadas.
    0
    10
   Escriba la condición inicial
    0
   Escriba un entero positivo para el número de
subintervalos
    100
   Elija la forma de salida de datos:
   1. Pantalla
   2. Fichero de texto
   Escriba 1 o 2
    1
```

METODO DE EULER

t	y
0.000	0.0000000
0.100	0.0200000
0.200	0.0392000
0.300	0.0576320
0.400	0.0753267
0.500	0.0923137
0.600	0.1086211
0.700	0.1242763
0.800	0.1393052
0.900	0.1537330
1.000	0.1675837
1.100	0.1808803
1.200	0.1936451
1.300	0.2058993
1.400	0.2176633
1.500	0.2289568
1.600	0.2397985
1.700	0.2502066
1.800	0.2601983
1.900	0.2697904
2.000	0.2789988
2.100	0.2878388
2.200	0.2963253
2.300	0.3044723
2.400	0.3122934
2.500	0.3198016
2.600	0.3270096
2.700	0.3339292
2.800	0.3405720
2.900	0.3469491
3.000	0.3530712
3.100	0.3589483
3.200	0.3645904
3.300	0.3700068
3.400	0.3752065
3.500	0.3801983
3.600	0.3849903
3.700	0.3895907
3.800	0.3940071
3.900	0.3982468
4.000	0.4023169
4.100	0.4062242
4.200	0.4099753
4.300	0.4135763
4.400	0.4170332
4.500	0.4203519
4.600	0.4235378
4.700	0.4265963
4.800	0.4295324
4.900	0.4323511
5.000	0.4350571
5.100	0.4376548
5.200	0.4401486
5.300	0.4425427
5.400	0.4448410
5.500	0.4470473
5.600	0.4491654
5.700	0.4511988
5.800	0.4531509
5.900	0.4550248
6.000	0.4568238
6.100	0.4585509
6.200	0.4602089
6.300	0.4618005
6.400	0.4633285
6.500	0.4647953
6.600	0.4662035
6.700	0.4675554
6.800	0.4688532
6.900	0.4700990
7.000	0.4712951
7.100	0.4724433
7.200	0.4735455
7.300	0.4746037
7.400	0.4756196
7.500	0.4765948
7.600	0.4775310
7.700	0.4784298
7.800	0.4792926
7.900	0.4801209
8.000	0.4809160
8.100	0.4816794
8.200	0.4824122
8.300	0.4831157
8.400	0.4837911
8.500	0.4844395
8.600	0.4850619
8.700	0.4856594
8.800	0.4862330
8.900	0.4867837
9.000	0.4873124
9.100	0.4878199
9.200	0.4883071
9.300	0.4887748
9.400	0.4892238
9.500	0.4896548
9.600	0.4900686
9.700	0.4904659
9.800	0.4908473
9.900	0.4912134
10.000	0.4915648

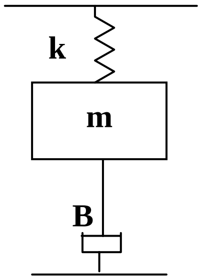

METODO DE EULER
0.45
0.4
0.35
0.3
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
0
y
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
t

Ejercicio de la Parte 8b

ENUNCIADO

Cierto material de forma cúbica, con una masa de M = 0.5 kg se pone en el extremo inferior de un resorte sin masa. El extremo superior se fija a una estructura en reposo. El cubo recibe una resistencia de R=-B·dy/dt del amortiguador, donde B es una constante de amortiguamiento.

Las constantes del resorte y del amortiguador son k=100 kg/s2 y B=10 kg/s. Supongamos que la masa está inicialmente en reposo y un metro por encima de su posición de equilibrio.



Calcular:

a) El valor del desplazamiento y(t) para 0 < t < 1 con una h=0.01

b) Idem si consideramos que no hay amortiguador (B=0).

SOLUCIÓN

La ecuación del movimiento es una ecuación diferencial de segundo orden:

$$M \cdot d2y/dt2 + B \cdot dy/dt + k \cdot y = 0; \; y(0)=1; \; y'(0)=0$$

Usaremos la subrutina del método de diferencias finitas:

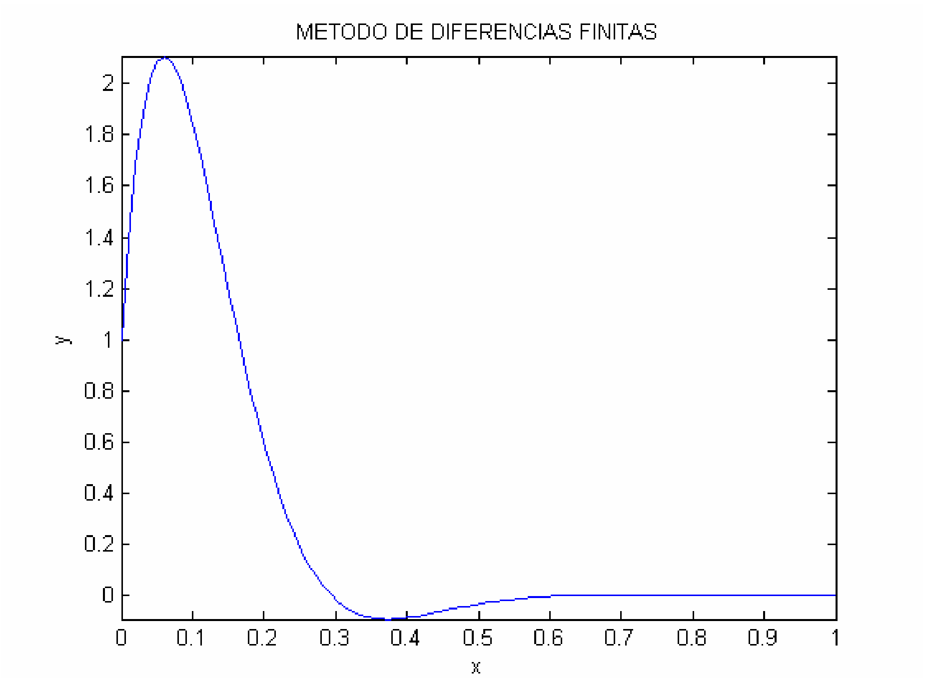
```
Este es el metodo de diferencias finitas.
Escriba las funciones A(x), B(x), C(x) y D(x) en términos
de x,
en líneas separadas.
Por ejemplo: -2/x
              2/(x^2)
              sin(log(x))/(x^2)
              x^3*log(x+1)
 0.5
 10
 100
 0
```

```
Escriba los puntos extremos izdo. y dcho. en líneas
separadas.
 0
 1
Escriba a1
 1
Escriba a2
 0
Escriba r
 1
Escriba b1
 0
Escriba b2
 1
Escriba s
 0
Escriba un entero > 1 para el número de puntos.
Nótese que h = (b-a)/(n-1)
 100
Elija la forma de salida de datos:
1. Pantalla
2. Fichero de texto
Escriba 1 o 2.
 1
```

METODOS DE DIFERENCIAS FINITAS

I	X(I)	W(I)
1	0.00000000	1.00000000
2	0.01010101	1.38702788
3	0.02020202	1.67733434
4	0.03030303	1.88328591
5	0.04040404	2.01654345
6	0.05050505	2.08797552
7	0.06060606	2.10760233
8	0.07070707	2.08456566
9	0.08080808	2.02712064
10	0.09090909	1.94264541
11	0.10101010	1.83766531
12	0.11111111	1.71788839
13	0.12121212	1.58824960
14	0.13131313	1.45296119
15	0.14141414	1.31556721
16	0.15151515	1.17900045
17	0.16161616	1.04564027
18	0.17171717	0.91736999
19	0.18181818	0.79563304
20	0.19191919	0.68148691
21	0.20202020	0.57565436
22	0.21212121	0.47857148
23	0.22222222	0.39043215
24	0.23232323	0.31122891
25	0.24242424	0.24079007
26	0.25252525	0.17881300
27	0.26262626	0.12489375
28	0.27272727	0.07855317
29	0.28282828	0.03925954
30	0.29292929	0.00644812
31	0.30303030	-0.02046237
32	0.31313131	-0.04205590
33	0.32323232	-0.05890786
34	0.33333333	-0.07157591
35	0.34343434	-0.08059297
36	0.35353535	-0.08646181
37	0.36363636	-0.08965133
38	0.37373737	-0.09059401
39	0.38383838	-0.08968466
40	0.39393939	-0.08727995
41	0.40404040	-0.08369883
42	0.41414141	-0.07922353
43	0.42424242	-0.07410105
44	0.43434343	-0.06854509
45	0.44444444	-0.06273817
46	0.45454545	-0.05683394
47	0.46464646	-0.05095970
48	0.47474747	-0.04521882
49	0.48484848	-0.03969323
50	0.49494949	-0.03444583
51	0.50505051	-0.02952285
52	0.51515152	-0.02495598

53	0.52525253	-0.02076454	77	0.76767677	0.00245523
54	0.53535354	-0.01695733	78	0.77777778	0.00220257
55	0.54545455	-0.01353439	79	0.78787879	0.00195544
56	0.55555556	-0.01048868	80	0.79797980	0.00171742
57	0.56565657	-0.00780741	81	0.80808081	0.00149124
58	0.57575758	-0.00547342	82	0.81818182	0.00127892
59	0.58585859	-0.00346623	83	0.82828283	0.00108186
60	0.59595960	-0.00176310	84	0.83838384	0.00090090
61	0.60606061	-0.00033979	85	0.84848485	0.00073645
62	0.61616162	0.00082866	86	0.85858586	0.00058853
63	0.62626263	0.00176736	87	0.86868687	0.00045684
64	0.63636364	0.00250106	88	0.87878788	0.00034084
65	0.64646465	0.00305378	89	0.88888889	0.00023981
66	0.65656566	0.00344849	90	0.89898990	0.00015288
67	0.66666667	0.00370686	91	0.90909091	0.00007906
68	0.67676768	0.00384912	92	0.91919192	0.00001732
69	0.68686869	0.00389394	93	0.92929293	-0.00003341
70	0.69696970	0.00385836	94	0.93939394	-0.00007421
71	0.70707071	0.00375781	95	0.94949495	-0.00010615
72	0.71717172	0.00360605	96	0.95959596	-0.00013027
73	0.72727273	0.00341531	97	0.96969697	-0.00014754
74	0.73737374	0.00319626	98	0.97979798	-0.00015891
75	0.74747475	0.00295817	99	0.98989899	-0.00016525
76	0.75757576	0.00270894	100	1.00000000	-0.00016736



Podemos observar como el sistema oscila una vez y luego debido a la acción del amortiguador disminuye enormemente la misma hasta alcanzar el reposo.

Ahora veremos el comportamiento del sistema cuando no tengamos el amortiguador:

```
Este es el metodo de diferencias finitas.
Escriba las funciones A(x), B(x), C(x) y D(x) en términos de x,
en líneas separadas.
Por ejemplo: -2/x
```

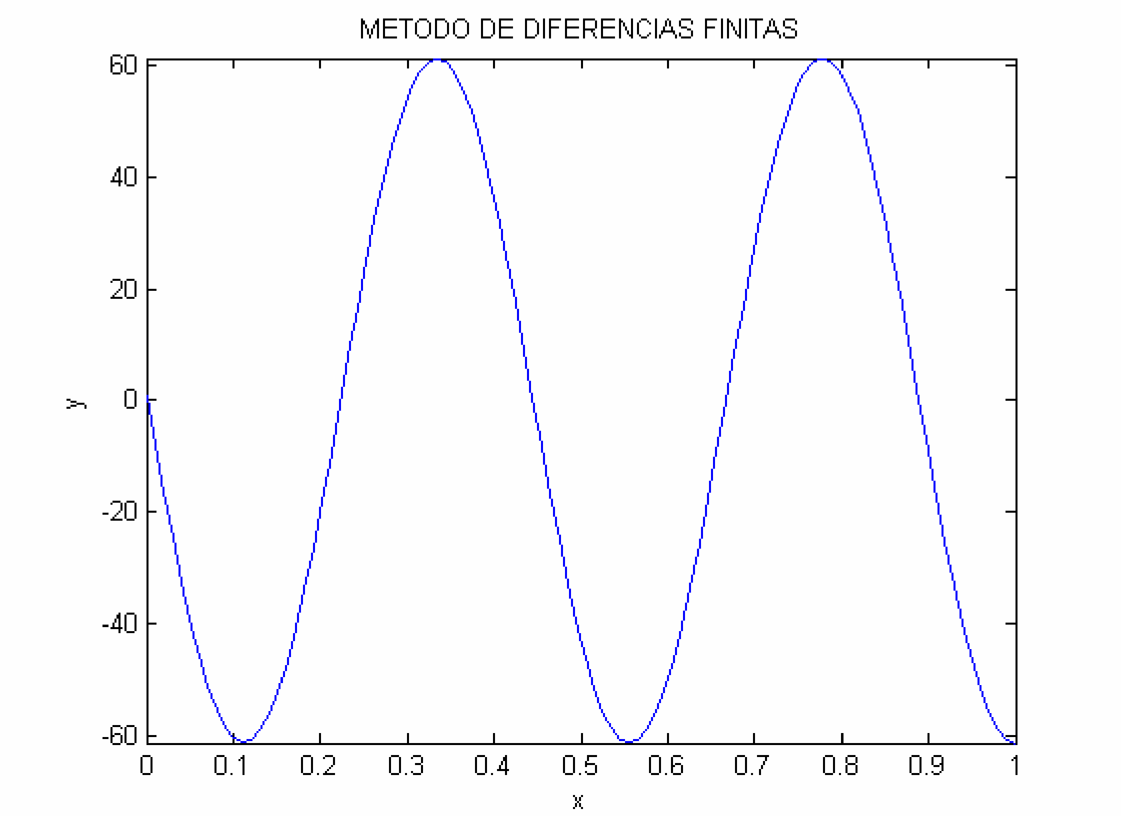
```
             2/(x^2)
             sin(log(x))/(x^2)
             x^3*log(x+1)
 0.5
 0
 100
 0
Escriba los puntos extremos izdo. y dcho. en líneas separadas.
 0
 1
Escriba a1
 1
Escriba a2
 0
Escriba r
 1
Escriba b1
 0
Escriba b2
 1
Escriba s
 0
Escriba un entero > 1 para el número de puntos.
Nótese que h = (b-a)/(n-1)
 100
Elija la forma de salida de datos:
1. Pantalla
2. Fichero de texto
Escriba 1 o 2.
 1
```

METODOS DE DIFERENCIAS FINITAS

I	X(I)	W(I)
1	0.00000000	1.00000000
2	0.01010101	-7.75216491
3	0.02020202	-16.34613851
4	0.03030303	-24.60655148
5	0.04040404	-32.36484117
6	0.05050505	-39.46269129
7	0.06060606	-45.75526254
8	0.07070707	-51.11414819
9	0.08080808	-55.42999439
10	0.09090909	-58.61473164
11	0.10101010	-60.60337192
12	0.11111111	-61.35533489
13	0.12121212	-60.85527592
14	0.13131313	-59.11339926
15	0.14141414	-56.16524979
16	0.15151515	-52.07098768
17	0.16161616	-46.91416078
18	0.17171717	-40.79999971
19	0.18181818	-33.85327054
20	0.19191919	-26.21572879
21	0.20202020	-18.04322676
22	0.21212121	-9.50253318
23	0.22222222	-0.76793014
24	0.23232323	7.98234335
25	0.24242424	16.56972849
26	0.25252525	24.81899041
27	0.26262626	32.56179401
28	0.27272727	39.64013899
29	0.28282828	45.90958409
30	0.29292929	51.24219449
31	0.30303030	55.52915253
32	0.31313131	58.68297817
33	0.32323232	60.63931422
34	0.33333333	61.35823950
35	0.34343434	60.82508358
36	0.35353535	59.05072607
37	0.36363636	56.07137466
38	0.37373737	51.94782624
39	0.38383838	46.76422627
40	0.39393939	40.62635171
41	0.40404040	33.65945253
42	0.41414141	26.00569583
43	0.42424242	17.82126479
44	0.43434343	9.27317158
45	0.44444444	0.53584929
46	0.45454545	-8.21240760
47	0.46464646	-16.79308143
48	0.47474747	-25.03107427
49	0.48484848	-32.75828099
50	0.49494949	-39.81701958
51	0.50505051	-46.06324883
52	0.51515152	-51.36950770
53	0.52525253	-55.62751623

54	0.53535354	-58.75038517
55	0.54545455	-60.67438898
56	0.55555556	-61.36026629
57	0.56565657	-60.79402104
58	0.57575758	-58.98720807
59	0.58585859	-55.97669736
60	0.59595960	-51.82392162
61	0.60606061	-46.61362274
62	0.61616162	-40.45212250
63	0.62626263	-33.46515297
64	0.63636364	-25.79529081
65	0.64646465	-17.59904787
66	0.65656566	-9.04367732
67	0.66666667	-0.30376077
68	0.67676768	8.44235435
69	0.68686869	17.01619411
70	0.69696970	25.24280003
71	0.70707071	32.95429933
72	0.71717172	39.99333052
73	0.72727273	46.21625458
74	0.73737374	51.49608599
75	0.74747475	55.72508411
76	0.75757576	58.81695164
77	0.76767677	60.70859570
78	0.77777778	61.36141523
79	0.78787879	60.76208876
80	0.79797980	58.92284617
81	0.80808081	55.88121922
82	0.81818182	51.69927557
83	0.82828283	46.46235233
84	0.83838384	40.27731455
85	0.84848485	33.27037464
86	0.85858586	25.58451676
87	0.86868687	17.37657916
88	0.87878788	8.81405368
89	0.88888889	0.07166791
90	0.89898990	-8.67218033
91	0.90909091	-17.23906335
92	0.91919192	-25.45416465
93	0.92929293	-33.14984620
94	0.93939394	-40.16906930
95	0.94949495	-46.36859913
96	0.95959596	-51.62192756
97	0.96969697	-55.82185475
98	0.97979798	-58.88267666
99	0.98989899	-60.74193390
100	1.00000000	-61.36168631

El resultado es lógico puesto que en este caso al no tener amortiguador las oscilaciones no disminuyen y estas se repetirán indefinidamente.



Ejercicio de la Parte 9a

ENUNCIADO

Determina la distribución estacionaria del calor en una fina lámina cuadrada de metal de 0'5 m de lado. Dos lados adyacentes se mantienen a 0º C, mientras que la temperatura en los otros lados crece linealmente de 0º C a 100º C en el vértice donde dichos lados se encuentran. Situando los lados con condiciones de contorno cero sobre los ejes de coordenados, el problema se expresa como

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x,y)+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x,y)=0$$

Para (x,y) en el conjunto $R=\{(x,y)|0<x<0'5;0<y<0'5\}$***, con las condiciones de contorno***

u(0,y)=0 *u(x,0)=0,* *u(x,0'5)=200x* *u(0'5,y)=200y*

SOLUCIÓN

Tomamos n=m=20 para este problema.

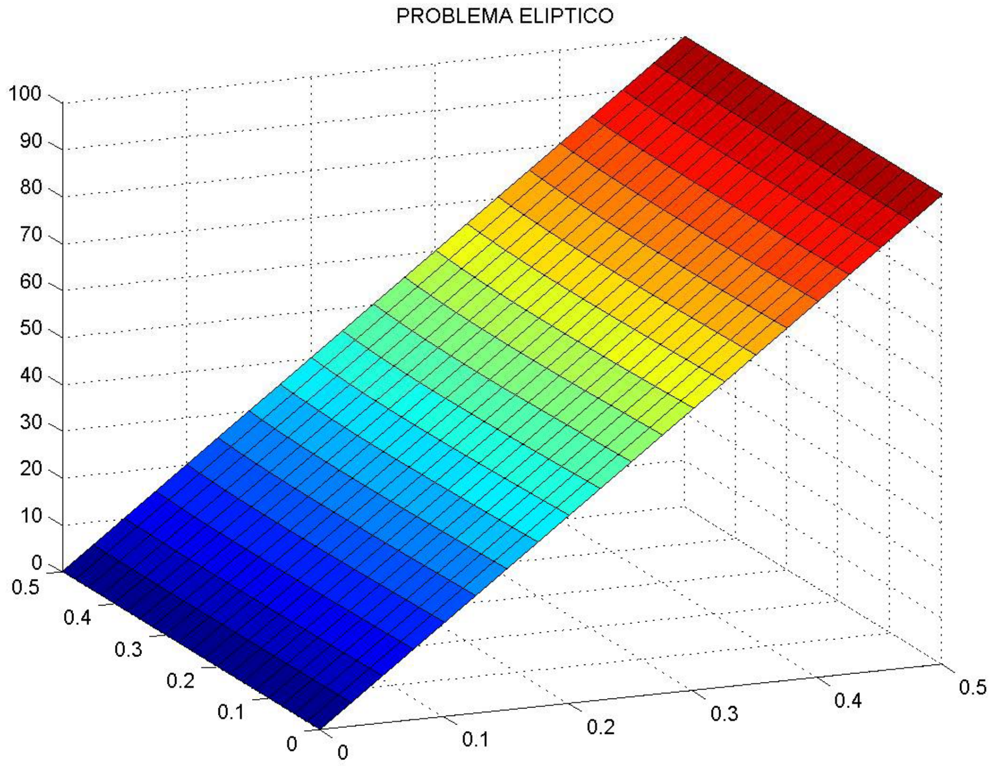
```
Este es el Método de Diferencias Finitas para ecuaciones
elípticas.
Escriba las funciones F(X,Y) (segundo miembro de la EDP)
y G(X,Y) (condición de contorno Dirichlet) en términos de x
e y.
en líneas separadas.
por ejemplo:  x*exp(y)
              x*exp(y)
 200*x
 200*y
Escriba los puntos extremos del intervalo (A,B) sobre el
eje X.
en líneas separadas.
 0
 0.5
Escriba los puntos extremos del intervalo (C,D) sobre el
eje Y.
en líneas separadas.
 0
 0.5
Escriba el número de intervalos n sobre el eje X
y m sobre el eje Y en líneas separadas.
Ambos valores deben ser mayores que 2.
 20
 20
Escriba la tolerancia.
```

```
 1e-8
Escriba el número máximo de iteraciones de Gauss-Seidel.
 1000
```

Método de Diferencias Finitas para una ecuación elíptica

I	J	X(I)	Y(J)	W(I,J)
0	0	0.00000000	0.00000000	0.00000000
0	1	0.00000000	0.02500000	5.00000000
0	2	0.00000000	0.05000000	10.00000000
0	3	0.00000000	0.07500000	15.00000000
0	4	0.00000000	0.10000000	20.00000000
0	5	0.00000000	0.12500000	25.00000000
0	6	0.00000000	0.15000000	30.00000000
0	7	0.00000000	0.17500000	35.00000000
0	8	0.00000000	0.20000000	40.00000000
0	9	0.00000000	0.22500000	45.00000000
0	10	0.00000000	0.25000000	50.00000000
0	11	0.00000000	0.27500000	55.00000000
0	12	0.00000000	0.30000000	60.00000000
0	13	0.00000000	0.32500000	65.00000000
0	14	0.00000000	0.35000000	70.00000000
0	15	0.00000000	0.37500000	75.00000000
0	16	0.00000000	0.40000000	80.00000000
0	17	0.00000000	0.42500000	85.00000000
0	18	0.00000000	0.45000000	90.00000000
0	19	0.00000000	0.47500000	95.00000000
0	20	0.00000000	0.50000000	100.00000000
…				
…				
…				
20	0	0.50000000	0.00000000	0.00000000
20	1	0.50000000	0.02500000	5.00000000
20	2	0.50000000	0.05000000	10.00000000
20	3	0.50000000	0.07500000	15.00000000
20	4	0.50000000	0.10000000	20.00000000
20	5	0.50000000	0.12500000	25.00000000
20	6	0.50000000	0.15000000	30.00000000
20	7	0.50000000	0.17500000	35.00000000
20	8	0.50000000	0.20000000	40.00000000
20	9	0.50000000	0.22500000	45.00000000
20	10	0.50000000	0.25000000	50.00000000
20	11	0.50000000	0.27500000	55.00000000
20	12	0.50000000	0.30000000	60.00000000
20	13	0.50000000	0.32500000	65.00000000
20	14	0.50000000	0.35000000	70.00000000
20	15	0.50000000	0.37500000	75.00000000
20	16	0.50000000	0.40000000	80.00000000
20	17	0.50000000	0.42500000	85.00000000
20	18	0.50000000	0.45000000	90.00000000
20	19	0.50000000	0.47500000	95.00000000
20	20	0.50000000	0.50000000	100.00000000

Se obtuvo convergencia en la iteración: 770


PROBLEMA ELIPTICO
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5

Ejercicio de la Parte 9b

ENUNCIADO

Una casa está ubicada en una zona cuya temperatura ambiente es de 0ºC. La casa en su interior cuando está cerrada tiene una temperatura de 15ºC. La puerta de la misma está hecha de acero con una difusividad térmica de $\alpha = 0.15 cm^2 \cdot s^{-1}$***, además la distribución inicial de temperaturas de la puerta, cuando ésta se encuentra cerrada, es*** $f(x)=15-1.5 \cdot x$ ***puesto que el grosor de la misma es de 10cm. Repentinamente se abre la puerta de forma que las dos caras se verán sometidas a una temperatura de 0ºC. Averiguar el tiempo que tarda el centro de la puerta en alcanzar la temperatura de 5ºC teniendo en cuenta que el flujo de calor puede considerarse unidimensional en sentido perpendicular a la puerta debido a las dimensiones de la misma.***

SOLUCIÓN

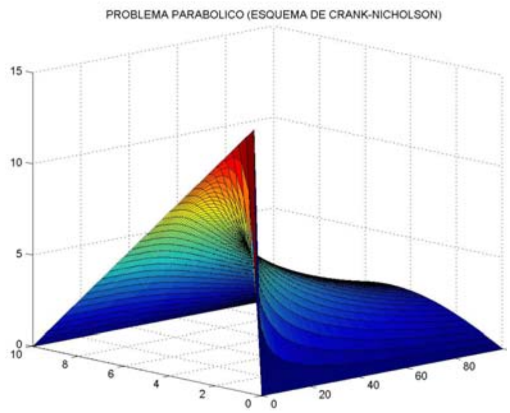
```
Este es el Metodo de Crank-Nicholson.
Escriba la función F(X) (condición inicial) en términos de
x.
Por ejemplo, sin(pi*x)
 15-1.5*x
El extremo izquierdo del eje X es 0.
Escriba el extremo derecho del eje X (longitud del
alambre).
 10
Escriba el máximo valor T de la variable tiempo.
 100
Escriba la constante alfa > 0.
 0.15
Escriba un entero m = numero de intervalos sobre el eje X
y N = numero de intervalos de tiempo - en líneas separadas.
El valor de m debe ser mayor o igual que 3.
 30
 100
```

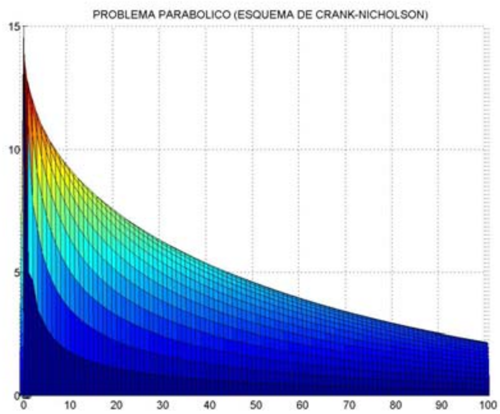
METODO DE CRANK NICHOLSON

I	J	X(I)	T	V(X(I))
0	0	0.00000000	0.00000000	0.00000000
1	0	0.33333333	0.00000000	14.50000000
2	0	0.66666667	0.00000000	14.00000000
3	0	1.00000000	0.00000000	13.50000000
4	0	1.33333333	0.00000000	13.00000000
5	0	1.66666667	0.00000000	12.50000000
6	0	2.00000000	0.00000000	12.00000000
7	0	2.33333333	0.00000000	11.50000000
8	0	2.66666667	0.00000000	11.00000000
9	0	3.00000000	0.00000000	10.50000000
10	0	3.33333333	0.00000000	10.00000000
11	0	3.66666667	0.00000000	9.50000000
12	0	4.00000000	0.00000000	9.00000000
13	0	4.33333333	0.00000000	8.50000000
14	0	4.66666667	0.00000000	8.00000000
15	0	5.00000000	0.00000000	7.50000000
…				
…				
…				
1	43	0.33333333	43.00000000	0.60945684
2	43	0.66666667	43.00000000	1.20938325
3	43	1.00000000	43.00000000	1.79049426
4	43	1.33333333	43.00000000	2.34398534
5	43	1.66666667	43.00000000	2.86174694
6	43	2.00000000	43.00000000	3.33654994
7	43	2.33333333	43.00000000	3.76219507
8	43	2.66666667	43.00000000	4.13362139
9	43	3.00000000	43.00000000	4.44697118

10	43	3.33333333	43.00000000	4.69961097
11	43	3.66666667	43.00000000	4.89011066
12	43	4.00000000	43.00000000	5.01818468
13	43	4.33333333	43.00000000	5.08460051
14	43	4.66666667	43.00000000	5.09106160
15	**43**	**5.00000000**	**43.00000000**	**5.04007171**
16	43	5.33333333	43.00000000	4.93478854
17	43	5.66666667	43.00000000	4.77887395
18	43	6.00000000	43.00000000	4.57634746
19	43	6.33333333	43.00000000	4.33144905
20	43	6.66666667	43.00000000	4.04851590
21	43	7.00000000	43.00000000	3.73187665
22	43	7.33333333	43.00000000	3.38576554
23	43	7.66666667	43.00000000	3.01425750
24	43	8.00000000	43.00000000	2.62122439
25	43	8.33333333	43.00000000	2.21031150
26	43	8.66666667	43.00000000	1.78493285
27	43	9.00000000	43.00000000	1.34828325
28	43	9.33333333	43.00000000	0.90336461
29	43	9.66666667	43.00000000	0.45302392
30	43	10.00000000	43.00000000	0.00000000
0	44	0.00000000	44.00000000	0.00000000
1	44	0.33333333	44.00000000	0.59680822
2	44	0.66666667	44.00000000	1.18440818
3	44	1.00000000	44.00000000	1.75382344
4	44	1.33333333	44.00000000	2.29653148
5	44	1.66666667	44.00000000	2.80466700
6	44	2.00000000	44.00000000	3.27119824
7	44	2.33333333	44.00000000	3.69007002
8	44	2.66666667	44.00000000	4.05630868
9	44	3.00000000	44.00000000	4.36608653
10	44	3.33333333	44.00000000	4.61674525
11	44	3.66666667	44.00000000	4.80678005
12	44	4.00000000	44.00000000	4.93578777
13	44	4.33333333	44.00000000	5.00438419
14	44	4.66666667	44.00000000	5.01409635
15	**44**	**5.00000000**	**44.00000000**	**4.96723690**
16	44	5.33333333	44.00000000	4.86676729
17	44	5.66666667	44.00000000	4.71615689
18	44	6.00000000	44.00000000	4.51924423
19	44	6.33333333	44.00000000	4.28010611
20	44	6.66666667	44.00000000	4.00293913
21	44	7.00000000	44.00000000	3.69195709
22	44	7.33333333	44.00000000	3.35130682
23	44	7.66666667	44.00000000	2.98500353
24	44	8.00000000	44.00000000	2.59688608
25	44	8.33333333	44.00000000	2.19059165
26	44	8.66666667	44.00000000	1.76954837
27	44	9.00000000	44.00000000	1.33698424
28	44	9.33333333	44.00000000	0.89594986
29	44	9.66666667	44.00000000	0.44935272
30	44	10.00000000	44.00000000	0.00000000
…				
…				
…				
15	100	5.00000000	100.00000000	2.17370969
16	100	5.33333333	100.00000000	2.15909765
17	100	5.66666667	100.00000000	2.12091912
18	100	6.00000000	100.00000000	2.05967702
19	100	6.33333333	100.00000000	1.97611934
20	100	6.66666667	100.00000000	1.87122761
21	100	7.00000000	100.00000000	1.74620323
22	100	7.33333333	100.00000000	1.60245207
23	100	7.66666667	100.00000000	1.44156747
24	100	8.00000000	100.00000000	1.26531202
25	100	8.33333333	100.00000000	1.07559822
26	100	8.66666667	100.00000000	0.87446836
27	100	9.00000000	100.00000000	0.66407375
28	100	9.33333333	100.00000000	0.44665339
29	100	9.66666667	100.00000000	0.22451239
30	100	10.00000000	100.00000000	0.00000000

La temperatura T=5ºC se alcanza entre 43 y 44 segundos.





Ejercicio de la Parte 9c

ENUNCIADO

Hacemos vibrar la cuerda de una guitarra de longitud** l=1m **sujeta en sus extremos. Determinar la evolución de la cuerda teniendo en cuenta las siguientes condiciones.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x,t) - 4\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x,t) = 0 \qquad 0 < x < 1 \qquad 0 < t$$

$$u(0,t) = u(1,t) = 0 \qquad 0 < t$$

$$u(x,0) = 2sen(3\pi x) \qquad 0 \le x \le l$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = -12\pi sen(2\pi x) \qquad 0 \le x \le l$$

SOLUCIÓN

Tenemos que:

$$h = \frac{1}{10} = 0'1$$

$$\frac{\alpha k}{h} < 1 \qquad k \le \frac{h}{\alpha} \le h \qquad \alpha = 2$$

```
Este es el metodo de diferencias finitas para la ecuación
hiperbólica.
Escriba las funciones F(X) (condición inicial) y
G(X) (derivada de la condición inicial respecto a T) in
términos de x,
en líneas separadas.
Por ejemplo:     sin(pi*x)
                     0
 2*sin(2*pi*x)
 -12*sin(2*pi*x)
El extremo izquierdo sobre el eje X es 0.
Escriba la longitud del alambre.
 1
Escriba el máximo valor T de la variable tiempo.
 1
Escriba la constante alfa.
 2
Escriba el entero m = numero de intervalos sobre el eje X
y N = numero de pasos de tiempo - en líneas separadas.
El valor de m debe ser mayor o igual que 3.
 100
 200
```

METODO EXPLICITO DE DIFERENCIAS FINITAS PARA UNA ECUACION HIPERBOLICA

I	J	X(I)	T(J)	W(X(I),T(J))
0	0	0.00000000	0.00000000	0.00000000
1	0	0.01000000	0.00000000	0.12558104
2	0	0.02000000	0.00000000	0.25066647
3	0	0.03000000	0.00000000	0.37476263
4	0	0.04000000	0.00000000	0.49737977
5	0	0.05000000	0.00000000	0.61803399
6	0	0.06000000	0.00000000	0.73624911
7	0	0.07000000	0.00000000	0.85155858
8	0	0.08000000	0.00000000	0.96350735
9	0	0.09000000	0.00000000	1.07165359
10	0	0.10000000	0.00000000	1.17557050
11	0	0.11000000	0.00000000	1.27484798
12	0	0.12000000	0.00000000	1.36909421
13	0	0.13000000	0.00000000	1.45793725
14	0	0.14000000	0.00000000	1.54102649
15	0	0.15000000	0.00000000	1.61803399
16	0	0.16000000	0.00000000	1.68865585
17	0	0.17000000	0.00000000	1.75261336
18	0	0.18000000	0.00000000	1.80965410
19	0	0.19000000	0.00000000	1.85955297
20	0	0.20000000	0.00000000	1.90211303
…				
…				
…				
80	200	0.80000000	1.00000000	-1.90211303
81	200	0.81000000	1.00000000	-1.85955297
82	200	0.82000000	1.00000000	-1.80965410
83	200	0.83000000	1.00000000	-1.75261336
84	200	0.84000000	1.00000000	-1.68865585
85	200	0.85000000	1.00000000	-1.61803399
86	200	0.86000000	1.00000000	-1.54102649
87	200	0.87000000	1.00000000	-1.45793725
88	200	0.88000000	1.00000000	-1.36909421
89	200	0.89000000	1.00000000	-1.27484798
90	200	0.90000000	1.00000000	-1.17557050
91	200	0.91000000	1.00000000	-1.07165359
92	200	0.92000000	1.00000000	-0.96350735
93	200	0.93000000	1.00000000	-0.85155858
94	200	0.94000000	1.00000000	-0.73624911
95	200	0.95000000	1.00000000	-0.61803399
96	200	0.96000000	1.00000000	-0.49737977
97	200	0.97000000	1.00000000	-0.37476263
98	200	0.98000000	1.00000000	-0.25066647
99	200	0.99000000	1.00000000	-0.12558104
100	200	1.00000000	1.00000000	0.00000000